Cours de Mathématiques

Chapitre n° 3 : Proportionnalité

Niveau : Cinquième

Année scolaire

2022 - 2023

Notions abordées :

- Situation de proportionnalité ou non,
- Déterminer une quatrième proportionnelle en utilisant les propriétés du tableau.

Compétences évaluées :

- Calculer une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix,
- Résoudre des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

Chapitre n° 3 : Proportionnalité

Table des matières

Chapitre n° 3 : Proportionnalité

I Définition

Définition :

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre **toujours par un même nombre** non nul.

Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Grandeur A	a	c
Grandeur B	b	d

÷ coefficient ; × coefficient

REMARQUE

Dans ce cas les grandeurs A et B évoluent dans les mêmes proportions.
Par exemple lorsque l'une double, l'autre aussi.

EXEMPLE.

Nombre de tickets	1	2	5	10
Prix (€)	2.5	5	12.5	25

×2 ; ×5 ; ×2,5

II Compléter un tableau de proportionnalité

Élodie marche à vitesse constante, la distance qu'elle parcourt est proportionnelle à la durée de sa marche. Voici le tableau de proportionnalité :

Temps (h)	2	3	6
Distance parcourue (km)	5		

1 Déterminer le coefficient de proportionnalité

On détermine le coefficient de proportionnalité à l'aide d'une colonne du tableau.
Notons k ce coefficient.

Temps (h)	2	3	6
Distance parcourue (km)	5		

$\times k$

k est le nombre qui, multiplié par 2 donne 5 ($2 \times k = 5$). Donc : $k = \dfrac{5}{2} = 2,5$.

Une fois le coefficient déterminé, le tableau est alors simple à compléter.

2 Passage à l'unité

On se ramène à l'unité à partir de la case de son choix puis à partir de là on obtient les valeurs manquantes.

Temps (h)	2	1	3	5
Distance parcourue (km)	5	2.5	7.5	12,5

3 Utilisation des propriétés du tableau

Temps (h)	2	3	5
Distance (km)	5	7.5	12,5

Temps (h)	2	3	6
Distance (km)	5	7.5	15

III Reconnaître un tableau de proportionnalité

Méthode :

• Pour vérifier si un tableau donné est un tableau de proportionnalité il faut vérifier que le coefficient est le mémé pour chaque colonne du tableau.

• A l'inverse, pour montrer qu'un tableau n'est pas un tableau de proportionnalité il suffit de trouver deux colonnes dont le coefficient est différent.

Exemple.

Nombre de livres	2	3	4
Prix (€)	8	12	16

Nombre de cahiers (cm)	2	3	4
Prix (€)	4	9	16

On a : $\frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = 4$

Donc ce tableau illustre une situation de proportionnalité.

On a : $\frac{4}{2} \neq \frac{16}{4}$

Donc ce tableau **n'**illustre **pas** une situation de proportionnalité.

▶ On peut vérifier les rapports inverses !

On a : $\frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = 0,25$

Donc ce tableau illustre une situation de proportionnalité.

On a : $\frac{2}{4} \neq \frac{4}{16}$

Donc ce tableau **n'**illustre **pas** une situation de proportionnalité.

IV Échelles

Définition :
Sur un plan à l'échelle, les longueurs sur le plan sont proportionnelles aux longueur dans la réalité.

Exemple

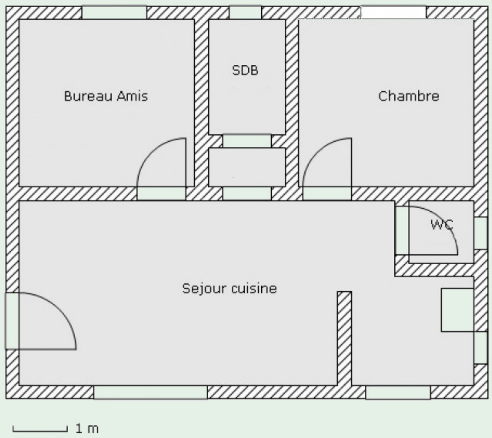
L'échelle sur le plan indique :

0,7 cm sur le plan $\rightarrow$ 1 m dans la réalité

► On peut faire un tableau de proportionnalité à partir de cette échelle.

Réalité (m)	1	....
Plan (cm)	0.7	....

$\times 0,7$



Question : Déterminer la longueur de la chambre

Sur le plan : 2,3 cm

On utilise le tableau afin de connaître la longueur réelle.

Réalité (m)	1	3.29
Plan (cm)	0.7	2.3

$\times 0,7$

$$2,3 \div 0,7 \simeq 3,29$$

Remarque

Une échelle est parfois indiquée sous forme fractionnaire.

Exemple

1) Sur une carte à l'échelle $\dfrac{1}{10\ 000}$ la distance entre le collège Paul Bert et le lycée Corot est de 6,5 cm.

► Déterminer la distance réelle entre le collège Paul Bert et le lycée Corot (en m).

L'échelle $\dfrac{1}{10\ 000}$ signifie que les distances sont, sur la carte, 10 000 fois plus petite que dans la réalité. Il y a deux possibilités pour faire l'exercice.

On sait que 1 cm sur la carte correspond à 10 000 cm dans la réalité.

Carte (cm)	1	6.5
Réalité (cm)	10000	?

$\times 10\ 000$

$? = 6,5 \times \times 10\ 000 = 650\ 000$

La distance réelle est de 650 000 cm soit 650 m.

Carte (cm)	1	6.5
Réalité (m)	100	?

$\times 100$

$? = 6,5 \times \times 10 = 650$

La distance réelle est de 650 m.