

COURS DE MATHÉMATIQUES

Chapitre n° 6 : Angles et parallélisme

Niveau : Sixième (Rappels) et Cinquième

Année scolaire

2023 - 2024

Notions abordées :

- Rappel sur les angles ;
- Angles complémentaires et supplémentaires ;
- Angles alternes-internes, correspondants, adjacents et opposés par le sommet ;
- Angles et parallélisme.

Compétences évaluées :

- Connaître la mesure des angles particuliers (plat, droit, plein) ;
- Reconnaître des angles complémentaires et supplémentaires et déterminer la mesure manquante.
- Démontrer que deux droites sont parallèles à l'aide des angles ;
- Démontrer que deux angles ont la même mesure à l'aide des droites parallèles

Chapitre n° 6 : Angles et parallélisme

Table des matières

I	Angles	2
1	Définition	2
2	Angles particuliers	2
II	Couples d'angles remarquables	3
1	Angles adjacents	3
2	Angles opposés par le sommet	3
3	Angles complémentaires	3
4	Angles supplémentaires	3
III	Angles définis par deux droites et une sécante	4
1	Angles alternes-internes	4
2	Angles correspondants	4
IV	Parallélisme	5
1	Droites parallèles	5
2	Angles égaux	5
V	Application	5

Chapitre n° 6 : Angles et parallélisme

I Angles

1 DÉFINITION

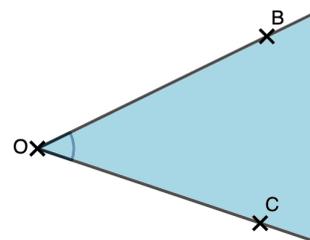


Définition :

Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine.

La portion de plan **bleue** ci-contre est délimitée par $[OB)$ et $[OC)$.

Elle est notée \widehat{BOC} (ou \widehat{COB}).



- Les angles se mesurent en **degré**, on utilise le rapporteur pour mesurer et tracer des angles.

- On utilise souvent des lettres grecques pour désigner des angles :

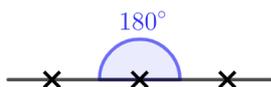
α : alpha ; β : beta ; γ : gamma ; θ : thêta

2 ANGLES PARTICULIERS



Définition :

Un angle **plat** est un angle mesurant 180° .



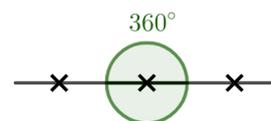
Définition :

Un angle **droit** est un angle mesurant 90° .



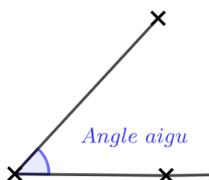
Définition :

Un angle **plein** est un angle mesurant 360° .



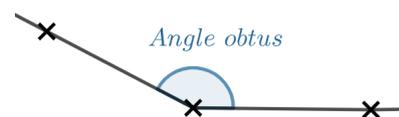
Définition :

Un angle **aigu** est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 0 et 90° .



Définition :

Un angle **obtus** est un angle dont la mesure est comprise strictement entre 90° et 180° .

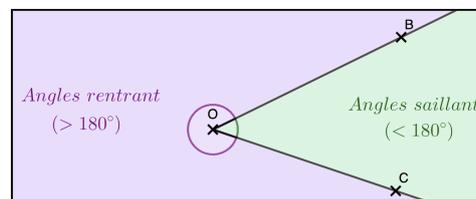


REMARQUE

Deux demi-droites de même origine définissent en réalité **deux** angles.

Un angle **saillant**, dont la mesure est inférieure à 180° .

Un angle **rentrant**, dont la mesure est supérieure à 180° .



II Couples d'angles remarquables

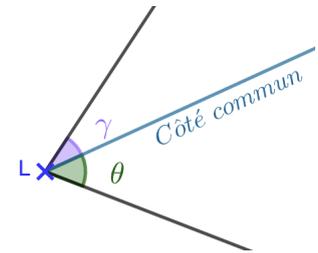
1 ANGLES ADJACENTS

Définition :

Trois demi-droites du plan ayant la même origine forment deux angles adjacents.

Deux angles sont dits adjacents si :

- Ils ont le même sommet ;
- Ils ont un côté commun ;
- Ils sont de part et d'autre de ce côté commun.



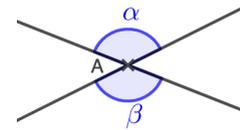
γ et θ sont adjacents
Le sommet commun est L .

2 ANGLES OPPOSÉS PAR LE SOMMET

Définition :

Deux angles sont opposés par le sommet si :

- Ils ont le même sommet ;
- Les côtés de l'un sont le prolongement des côtés de l'autre.



α et β sont opposés par le sommet A .

PROPRIÉTÉ.

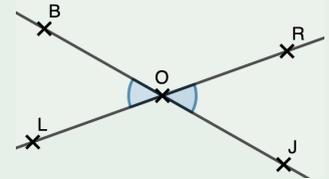
Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

EXEMPLE.

Les angles \widehat{BOL} et \widehat{ROJ} sont opposés par le sommet car :

- Ils ont le sommet O en commun ;
- Ils ont les côtés (BJ) et (RL) en commun.

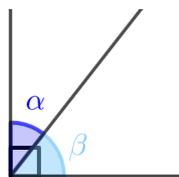
Donc : $\widehat{BOL} = \widehat{ROJ}$



3 ANGLES COMPLÉMENTAIRES

Définition :

Deux angles sont **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90° .



α et β sont complémentaires.

$$\alpha + \beta = 90^\circ .$$

4 ANGLES SUPPLÉMENTAIRES

Définition :

Deux angles sont **supplémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180° .



γ et θ sont supplémentaires.

$$\gamma + \theta = 180^\circ .$$

III Angles définis par deux droites et une sécante

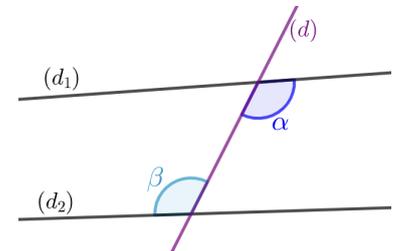
1 ANGLES ALTERNES-INTERNES

Définition :

On considère deux droites (d_1) et (d_2) et une droite (d) sécante à (d_1) et (d_2) .

Deux angles sont dits **alternes-internes** si :

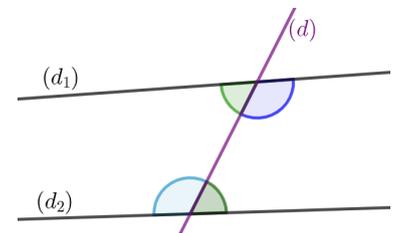
- Ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les deux droites (d_1) et (d_2) ;
- Ils sont de part et d'autre de la sécante (d) .



α et β sont alternes-internes

REMARQUE

Deux droites et une sécante déterminent deux couples d'angles alternes-internes.



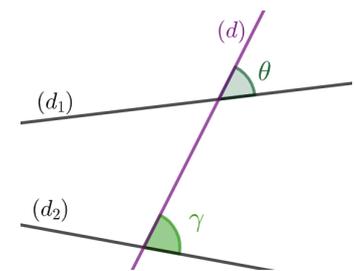
2 ANGLES CORRESPONDANTS

Définition :

On considère deux droites (d_1) et (d_2) et une droite (d) sécante à (d_1) et (d_2) .

Deux angles sont dits **correspondants** si :

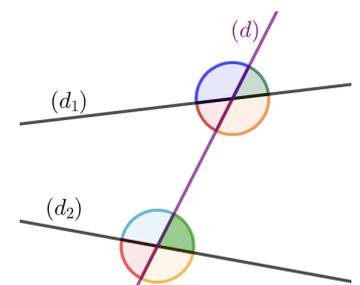
- Ils n'ont pas le même sommet ;
- L'un est à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d_1) et (d_2) l'autre à l'extérieur ;
- Ils sont du même côté de la sécante (d) .



γ et θ sont correspondants

REMARQUE

Deux droites et une sécante déterminent quatre couples d'angles correspondants.

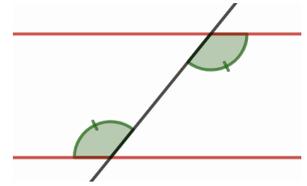


IV Parallélisme

1 DROITES PARALLÈLES

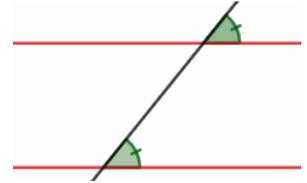
PROPRIÉTÉ.

Si deux droites sont parallèles alors les angles alternes-internes reposant sur ces droites sont égaux.



PROPRIÉTÉ.

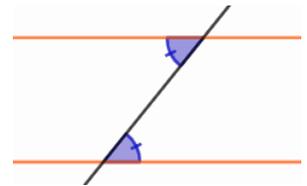
Si deux droites sont parallèles alors les angles correspondants reposant sur ces droites sont égaux.



2 ANGLES ÉGAUX

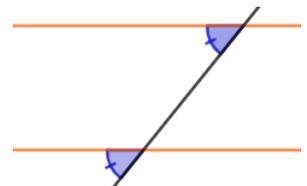
PROPRIÉTÉ. (admise)

Si deux angles alternes-internes sont égaux alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.



PROPRIÉTÉ. (admise)

Si deux angles correspondants sont égaux alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.



V Application

► Montrer que (DE) et (CF) sont parallèles?

Solution :

Les angles \widehat{DAB} et \widehat{BAE} sont supplémentaires donc :

$$\begin{aligned}\widehat{DAB} &= 180^\circ - \widehat{BAE} \\ &= 180^\circ - 78^\circ \\ &= 102^\circ\end{aligned}$$

Les angles \widehat{DAB} et \widehat{CBG} sont correspondants et de même mesure.

Or : Si deux angles correspondants sont égaux alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

Donc : $(DE) \parallel (CF)$

