



COURS DE MATHÉMATIQUES

Chapitre n° 10 : Taux d'évolution

Niveau : Troisième

Année scolaire

2023 - 2024

Notions abordées :

- Pourcentages ;
- Taux d'évolution ;
- Coefficient multiplicateur.

Compétences évaluées :

- Déterminer un pourcentage ;
- Déterminer un taux d'évolution ;
- Appliquer des taux d'évolutions successifs.

Chapitre n° 10 : Taux d'évolution

Table des matières

I	Pourcentages (rappels)	2
II	Taux d'évolution	2
1	Définition	2
2	Coefficient multiplicateur	3
III	Réduction et Augmentation	3
IV	Évolutions successives	4

Chapitre n° 10 : Taux d'évolution

I Pourcentages (rappels)

EXEMPLE. Dans une ville de 20 000 habitants, 45% des habitants sont propriétaires.

Combien de personnes cela représente-t-il ?

On note x le nombre d'habitants propriétaires.

Habitants	20 000	x
Pourcentage	100	45

On utilise le produit en croix $x = \frac{20\,000 \times 45}{100} = 9\,000$.

9 000 habitants de cette villes sont propriétaires.

Il s'agit du même procédé que lorsque l'on calcul une fraction d'une quantité : $\frac{45}{100} \times 20\,000 = 9\,000$

II Taux d'évolution

1 DÉFINITION

 **Définition :**

Le **taux d'évolution** permet de quantifier l'évolution d'une grandeur numérique entre deux moments.

Si cette grandeur passe d'une valeur de départ, notée V_D , à une valeur d'arrivée, notée V_A , le taux d'évolution est donné, en pourcentage, par la formule :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

REMARQUE

Un taux d'évolution peut être positif ou négatif :

- Si $t > 0$ l'évolution est une augmentation.
- Si $t < 0$ l'évolution est une réduction.

EXEMPLES.

1) Au collège Paul Bert, en 2021-2022 il y avait 510 élèves. En 2022-2023 il y en a 521.

→ Déterminer le taux d'évolution du nombre d'élèves entre ces deux années scolaires.

On a : $V_D = 510$ et $V_A = 521$

Donc : $t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{521 - 510}{510} \simeq 0,02 = 2\%$

Entre ces deux années scolaire, le nombre total d'élèves a augmenté d'environ 2%.

EXEMPLES. (suite)

2) Au premier trimestre de l'année 2021, la famille Siret a consommé 120 m^3 d'eau, au second trimestre elle a consommé 90 m^3 d'eau.

→ Déterminer le taux d'évolution de la consommation d'eau entre ces deux trimestres.

$$\text{On a : } V_D = 120 \quad \text{et} \quad V_A = 90 \qquad \text{Donc : } t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{90 - 120}{120} = -0,25 = -25\%$$

Entre ces deux trimestres la consommation d'eau de cette famille a baissé de 25%.

2 COEFFICIENT MULTIPLICATEUR **Définition :**

Le **coefficient multiplicateur** est le nombre qui permet, par multiplication, de passer d'une valeur de départ à une valeur d'arrivée.

Si on note c le coefficient multiplicateur alors on a : $V_A = c \times V_D$.

PROPRIÉTÉ.

Si t est le taux d'évolution entre V_D et V_A alors : $c = 1 + t$.

EXEMPLES. (suite)

1) $t = 0,02$

$$\text{Donc : } c = 1 + t = 1 + 0,02 = 1,02$$

$$\text{On a alors : } 521 = 1,02 \times 510.$$

2) $t = -0,25$

$$\text{Donc : } c = 1 + t = 1 + (-0,25) = 0,75$$

$$\text{On a alors : } 90 = 0,75 \times 120.$$

III Réduction et Augmentation**PROPRIÉTÉ.**

- Réduire de $p\%$ une quantité revient à multiplier cette quantité par $1 - \frac{p}{100}$
- Augmenter de $p\%$ une quantité revient à multiplier cette quantité par $1 + \frac{p}{100}$.

Démonstration.

$$\text{On augmente une quantité } q \text{ de } p\% : \quad q + q \times \frac{p}{100} = q \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

EXEMPLES.

Marine paie actuellement 35 euros par mois d'électricité, son fournisseur prévoit une augmentation des prix de 9%.

Combien paiera-t-elle ?

$$35 \times \left(1 + \frac{9}{100} \right) = 35 \times 1,09 = 38,15 \quad \text{Après augmentation, elle paiera 38,15 euros par mois.}$$

EXEMPLES. (suite)

Une agricultrice a acheté un terrain en 2004, aujourd'hui sa valeur a été multipliée par 2,14.

De quel pourcentage a été augmenté la valeur de son terrain ?

$$2,14 = 1 + 1,14 = 1 + \frac{114}{100}$$

La valeur du terrain a augmenté de 114%.

IV Évolutions successives

INTRODUCTION

Un jean coûte 45 euros, il subit une réduction de 20% la première semaine des soldes, puis une nouvelle réduction de 30% la deuxième semaine.

Quel est le pourcentage de réduction entre le prix de départ et le prix de la deuxième semaine de soldes ?

Semaine 0	-20%	Semaine 1	-30%	Semaine 2
45 €	→ ×0,8	36€	→ ×0,7	25,2€

Taux d'évolution entre la semaine 0 et la semaine 2 :

On a : $V_D = 45$ et $V_A = 25,2$ Donc : $t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{25,2 - 45}{45} = -0,44 = -44\%$

Diminuer un prix de 20% puis ensuite de 30% revient à une baisse globale de 44%.

(Et non pas 50%, en cas d'évolutions successives, les pourcentages ne s'additionnent pas).

Coefficient multiplicateur : $c = 1 + (-0,44) = 0,56$.

Donc : $45 \times 0,56 = 25,2$.

Remarque : $0,8 \times 0,7 = 0,56$

PROPRIÉTÉ.

Si une grandeur subit des évolutions successives (augmentation ou diminution), le **coefficient multiplicateur global** (correspondant au taux global d'évolution) est le **produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution**.

ILLUSTRATION

Soient V_0 la valeur initiale d'une grandeur, V_1 la valeur de cette grandeur après une augmentation de $t_1\%$ et V_2 la valeur obtenue à partir de V_1 après une réduction de $t_2\%$.

$$V_0 \xrightarrow{\times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right)} V_1 \xrightarrow{\times \left(1 - \frac{t_2}{100}\right)} V_2$$

Conséquence : Une augmentation suivie d'une réduction de taux identiques ne **se compensent pas**.

EXEMPLE.

La valeur d'une maison est initialement de 100 000 euros en 2020.

Sa valeur baisse de 10% en 2021 puis elle augmente ensuite de 10% en 2022.

1) Quelle est la valeur de la maison en 2022 ?

2) Quel est le pourcentage d'évolution du prix entre 2020 et 2022 ?

$$1) 100\,000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 99\,000 \text{ €}$$

$$2) \text{ On a : } V_D = 100\,000 \text{ et } V_A = 99\,000$$

$$\text{Donc : } t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{99\,000 - 100\,000}{100\,000} = -0,01 = -1\%$$

Entre 2020 et 2022 la maison a perdu 1% de sa valeur.