∽ Brevet Métropole Antilles-Guyane 26 juin 2023 ∾

Exercice 1 — 20 points

Un opticien vend différents modèles de lunettes de soleil.
Il reporte dans le tableur ci-dessous des informations sur cinq modèles vendus pendant l'année 2022.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Lunettes de soleil**	**Modèle 1**	**Modèle 2**	**Modèle 3**	**Modèle 4**	**Modèle 5**	**Total**
2	**Nombre de paires de lunettes vendues**	1 200	950	875	250	300	
3	**Prix à l'unité en euro**	75	100	110	140	160	

1. Montrer que l'étendue des prix de ces paires de lunettes de soleil est de 85 euros.

   Plus grande valeur : 160 Plus petite valeur : 75 Étendue : $160 - 75 = 85$

2. **a.** Quelle formule doit-on saisir dans la cellule G2 pour calculer le nombre total de paires de lunettes de soleil vendues en 2022 ?

   $= B2 + C2 + D2 + E2 + F2$ ou $= Somme(B2 : F2)$

   b. Calculer le nombre total de paires de lunettes de soleil vendues en 2022.

   $1200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3\,575$

   Il a vendu 3 575 lunettes de soleil en 2022.

3. **a.** Calculer le montant total, en euros, des ventes des paires de lunettes de soleil en 2022.

   $1200 \times 75 + 950 \times 100 + 875 \times 110 + 250 \times 140 + 300 \times 160 = 364\,250$

   Le montant total des ventes des paires de lunettes de soleil est de 364 250 euros.

   b. Calculer le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil vendue en 2022 , arrondi au centime près.

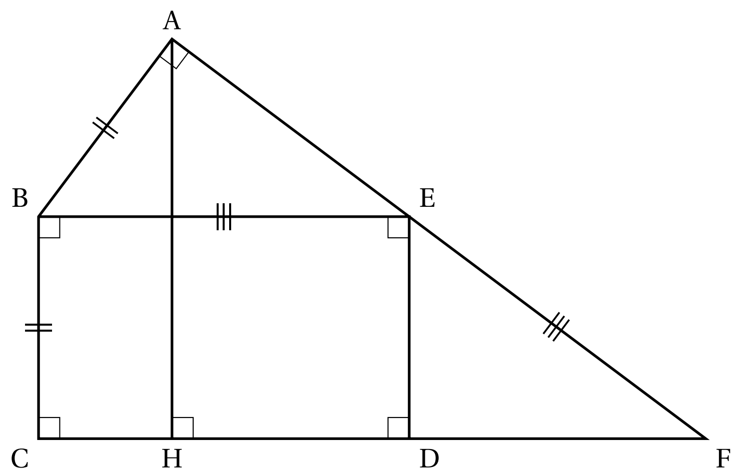
   $364\,250 \div 3\,575 \simeq 101{,}89$

   Le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil vendue en 2022 est d'environ 101,89 euros.

Exercice 2 — 20 points

Sur la figure ci-dessous :

- BCDE est un rectangle, BAE est un triangle rectangle en A ;
- la perpendiculaire à la droite (CD) passant par A coupe cette droite en H ;
- les droites (AE) et (CD) se coupent en F.



On donne :

- AB = BC = 4,2 cm ;
- EB = EF = 7 cm.

1. Montrer que l'aire du rectangle BCDE est égale à 29,4 cm^2.

$\mathscr{A}_{BCDE} = L \times l = 7 \times 4,2 = 29,4\ cm^2$

2. **a.** Montrer que la longueur AE est égale à 5,6 cm.

Dans le triangle AEB rectangle en A, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} BE^2 &= AB^2 + AE^2 \\ 7^2 &= 4,2^2 + AE^2 \\ 49 &= 17,64 + AE^2 \\ AE^2 &= 49 - 17,64 \\ AE^2 &= 31,36 \end{aligned}$$

Comme : AE est une longueur $AE > 0$

vd

Donc : $AE = \sqrt{31,36} = 5,6$

b. Calculer l'aire du triangle rectangle ABE.

$\mathscr{A}_{ABE} = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{4,2 \times 5,6}{2} = 11,76\ cm^2$

3. **a.** Montrer que les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

On a : $(AH) \perp (CF)$ et $(ED) \perp (CF)$

Or : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Donc : $(AH) \mathbin{/\!/} (ED)$

b. Calculer la longueur AH.

Les points $F,\ E,\ A$ et $F,\ D,\ H$ sont alignés dans cet ordre et $(AH) \mathbin{/\!/} (ED)$.

$BCDE$ est un rectangle donc $BC = ED = 4,2\ cm$

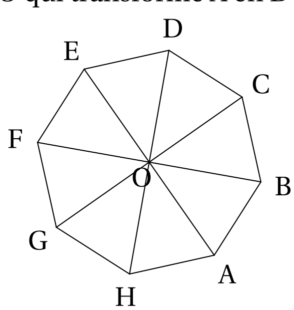
$AF = 5,6 + 7 = 12,6\ cm.$

Le théorème de Thalès s'écrit : $\dfrac{FD}{FH} = \dfrac{FE}{AF} = \dfrac{ED}{AH}$ soit $\dfrac{FD}{FH} = \dfrac{7}{12,6} = \dfrac{4,2}{AH}$

Ainsi : $AH = \dfrac{4,2 \times 13,6}{7} = 7,56 \simeq 7,6\ cm$

Exercice 3 — 20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées.
Une seule réponse est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Dans une classe de 25 élèves, 60% des élèves sont des filles. Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?	10	15	20
2. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 126 ?	$2 \times 9 \times 7$	$2^2 \times 5^2 + 2 \times 13$	$2 \times 3^2 \times 7$
3. Dans un sac, il y a 17 jetons rouges, 23 jetons jaunes et 20 jetons bleus, tous indiscernables au toucher. On tire au hasard un jeton du sac. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rouge ou un jeton jaune ?	$\dfrac{2}{3}$	0,6	$\dfrac{17}{23}$
4. Sur l'octogone régulier ci-dessous, quelle est l'image du segment [DC] par la rotation de centre O qui transforme A en D ? 	[GE]	[GF]	[AH]
5. Quel est le volume d'un pavé droit de hauteur 1,5 m et de base rectangulaire de 2 m de longueur et 1,3 m de largeur ? *On rappelle que* $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{L}$.	$2,6\ \text{m}^3$	3 900 L	3 000 L

1. $\frac{60}{100} \times 25 = 15$ Il y a 15 filles dans cette classe

On pouvait aussi faire un tableau de proportionnalité pour répondre à cette question.

2. $2 \times 3^2 \times 7$

La première n'est pas la bonne car 9 n'est pas premier !

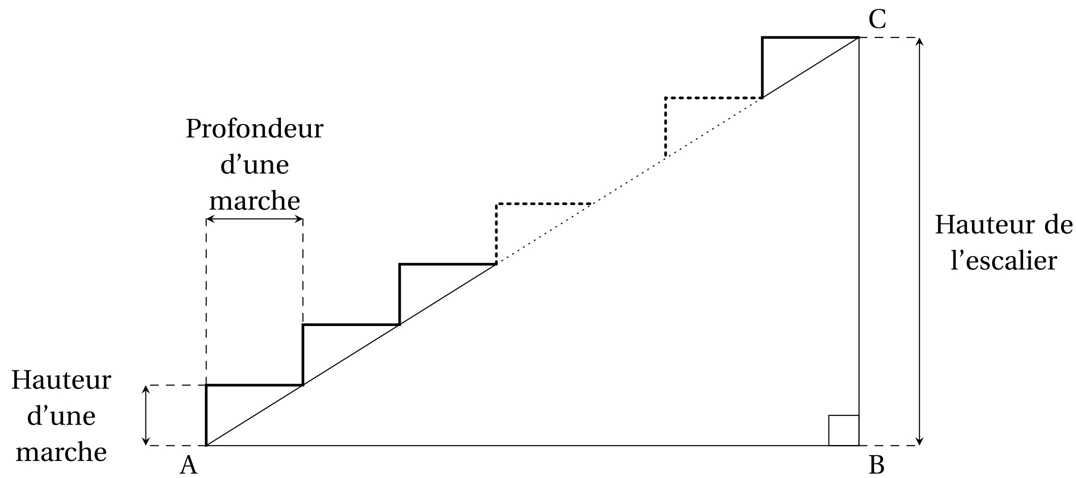
3. Il y a $17 + 23 + 20 = 60$ jetons en tout. La probabilité est de $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

4. Par cette rotation le point D devient le point G et le point C devient le point F. Réponse : le segment $[GF]$.

5. $\mathcal{V} = L \times l \times h = 2 \times 1,3 \times 1,5 = 3,9\ m^3 = 3\,900\ L$

Exercice 4 20 points

On veut fabriquer un escalier en bois de hauteur 272 cm.
La figure ci-dessous représente une vue de profil de cet escalier.
La hauteur d'une marche est de 17 cm.
La profondeur d'une marche pour poser le pied mesure 27 cm.



1. **a.** Montrer qu'il faut prévoir 16 marches pour construire cet escalier.

$16 \times 17\ cm = 272\ cm$ Il faut bien 16 marches

b. Montrer que la longueur AB est égale à 432 cm.

$AB = 16 \times 27\ cm = 432\ cm$

2. Pour permettre une montée agréable, l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ doit être compris entre 25° et 40°.

a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$, arrondie au degré près.

Le triangle BAC est rectangle en B et $BC = 272\ cm$ $AB = 432\ cm$.

$tan(\widehat{BAC}) = \frac{CB}{AB} = \frac{272}{432}$ $\widehat{BAC} = Arctan\left(\frac{272}{432}\right) \simeq 32°$

b. L'escalier permet-il une montée agréable ?

L'angle est compris entre 25 et 40 degrés donc oui.

3. On rédige le programme ci-contre avec le logiciel Scratch pour dessiner cet escalier. (1 cm dans la réalité est représenté par 1 pas dans le programme.)
Recopier les lignes 5, 6, 7 et 9 **sur la copie** en les complétant.

On répète **16** fois car on veut faire 16 marches.

On tourne de **90** degrés.

On avance de **1.7** pas (pour 17 cm)

On avance de **2.7** pas (pour 27 cm)

Exercice 5 **20 points**

Voici deux programmes de calcul.

Programme A • Choisir un nombre • Multiplier ce nombre par -2 • Ajouter 5 à ce résultat.	Programme B • Choisir un nombre • Soustraire 5 à ce nombre • Multiplier le résultat par 3 • Ajouter 11 au résultat

1. **a.** Montrer que, si on choisit -3 comme nombre de départ, le résultat obtenu avec le programme A est 11.

$-3 \quad \longrightarrow \quad -3\times(-2) = 6 \quad \longrightarrow \quad 6+5 = 11$

b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit 5,5 comme nombre de départ ?

$5,5 \quad \longrightarrow \quad 5,5-5 = 0,5 \quad \longrightarrow \quad 3\times 0,5 = 1,5 \quad \longrightarrow \quad 1,5+11 = 12,5$

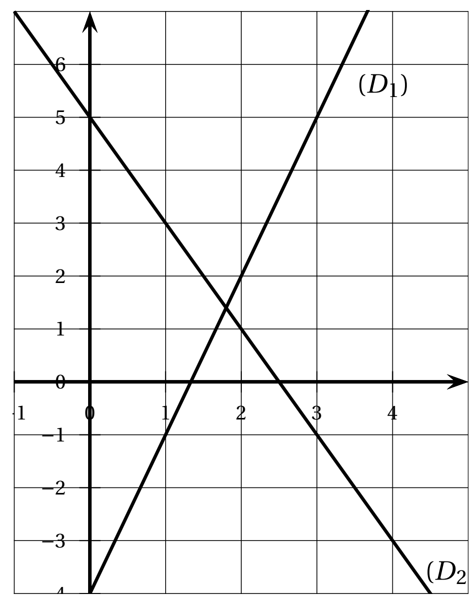
2. En désignant par x le nombre de départ, on obtient $-2x+5$ comme résultat avec le programme A.

Montrer, qu'avec le même nombre de départ, le résultat du programme B est égal à $3x-4$.

$x \quad \longrightarrow \quad x-5 \quad \longrightarrow \quad 3\times(x-5) = 3x-15 \quad \longrightarrow \quad 3x-15+11 = 3x-4$

3. **a.** On a représenté ci-contre les fonctions f et g définies par $f(x) = -2x+5$ et $g(x) = 3x-4$.

Associer, en justifiant, chaque droite à la fonction qui lui correspond.



Ce sont deux fonctions affines, on justifier comme ceci :

Le coefficient directeur de la fonction f est négatif (-2) donc la droite descend, c'est donc (D_2).

Le coefficient directeur de la fonction g est positif (3) donc la droite monte, c'est donc (D_1).

On peut aussi justifier en calculer l'image de 0 pour chaque fonction et chaque programme puis comparer

Avec le programme A, en prenant 0 au départ on obtient 5.

Avec le programme B, en prenant 0 au départ on obtient -4.

On a : $f(0) = 5$ et $g(0) = -4$, ce sont les ordonnées à l'origine de chaque fonction, donc : $f : (D_2)$ et $g : (D_1)$ **b.** Par lecture graphique, donner, le plus précisément possible, le nombre dont l'image est la même par la fonction f et la fonction g.

Graphiquement on peut lire 1,8 sur l'axe des abscisses.

4. Déterminer par le calcul le nombre de départ pour lequel les programmes A et B donnent le même résultat.

On cherche x tel que $f(x) = g(x)$. C'est-a-dire : $-2x+5 = 3x-4$.

On résout :

$$\begin{aligned}
-3x-2x+5 &= 3x-4-3x\\
-5x+5 &= -4\\
-5x+5-5 &= -4-5\\
-5x &= -9\\
\frac{-5x}{-5} &= \frac{-9}{-5}\\
x &= 1,8
\end{aligned}$$

En prenant 1,8 comme nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat.

Pensez à le vérifier !