Métropole - Septembre 2020 - Correction

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaire.

Plusieurs tarifs sont proposés :

— Tarif A : 8 euros par demi-journée ;

— Tarif B : une adhésion de 30 euros et un tarif de 5 euros par demi-journée.

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journée	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16	24	32	40
3	Tarif B	35	40	45	50	55

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Retrouver parmi les réponses suivantes la formule qui a été saisie dans la cellule B3 avant de l'étirer vers la droite :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
= 8*B1	= 30*B1+5	=5*B1+30*B1	=30 + 5*B1	=35

3. On considère les fonctions f et g qui donnent les tarifs à payer en fonction du nombre x de demi-journées d'activités :

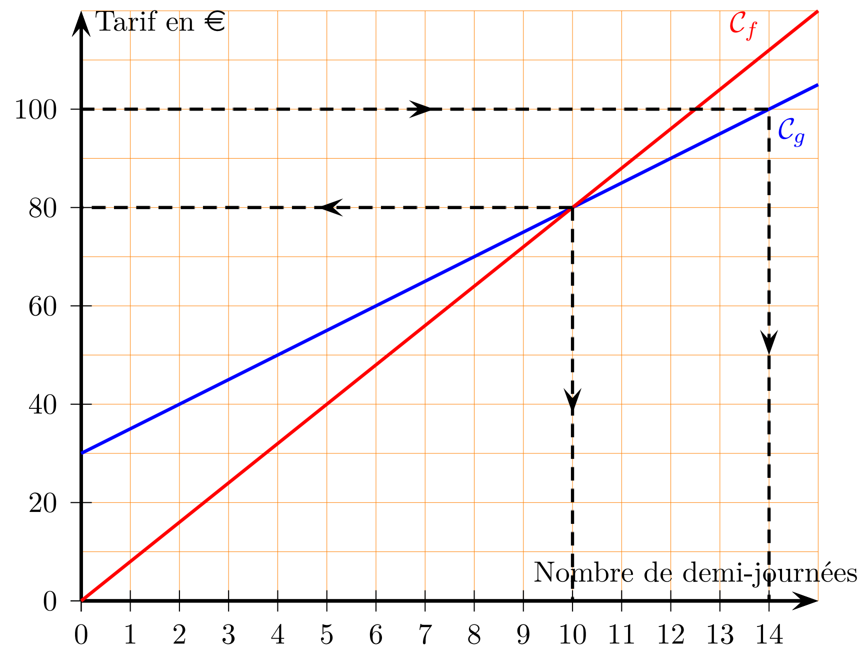
— Tarif A : $f(x) = 8x$

— Tarif B : $g(x) = 30 + 5x$

Parmi ces fonctions, quelle est celle qui traduit une situation de proportionnalité ?

Il s'agit de la fonction f car c'est une fonction linéaire (de la forme $f(x) = ax$ avec $a = 8$).

4. Sur le graphique ci-dessous on représente la fonction g.
Représenter la fonction f sur ce même graphique.



5. Déterminer le nombre de demi-journées d'activités pour lequel le tarif A est égale au tarif B.

Graphiquement : On voit que pour $x = 10$ les deux tarifs donnent 80 euros.

Par le calcul : On cherche x tel que $f(x) = g(x)$.

C'est-à-dire qu'on cherche un nombre de demi-journées (x) tel que les deux tarifs soient égaux.

$$\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\\
8x &= 5x + 30\\
8x - 5x &= 5x + 30 - 5x\\
3x &= 30\\
\frac{3x}{3} &= \frac{30}{3}\\
x &= 10
\end{aligned}$$

6. Avec un budget de 100 euros, déterminer le nombre maximal de demi-journée auxquelles on peut participer.

Expliquer clairement votre démarche.

Graphiquement : On voit qu'avec 100 le tarif A permet d'avoir 12 demi-journées tandis que le tarif B permet d'en avoir 14.

On peut donc obtenir au maximum 14 demi-journées d'activités.

Par le calcul : On cherche x tel que $f(x) = 100$ puis tel que $g(x) = 100$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 100 \\ 8x &= 100 \\ \frac{8x}{8} &= \frac{100}{8} \\ x &= 12,5 \end{aligned}$$

Donc avec le tarif A, avec 100 on peut obtenir 12 demi-journées.

$$\begin{aligned} g(x) &= 100 \\ 30 + 5x &= 100 \\ 30 + 5x - 30 &= 100 - 30 \\ 5x &= 70 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{70}{5} \\ x &= 14 \end{aligned}$$

Donc avec le tarif A, avec 100 on peut obtenir 14 demi-journées.

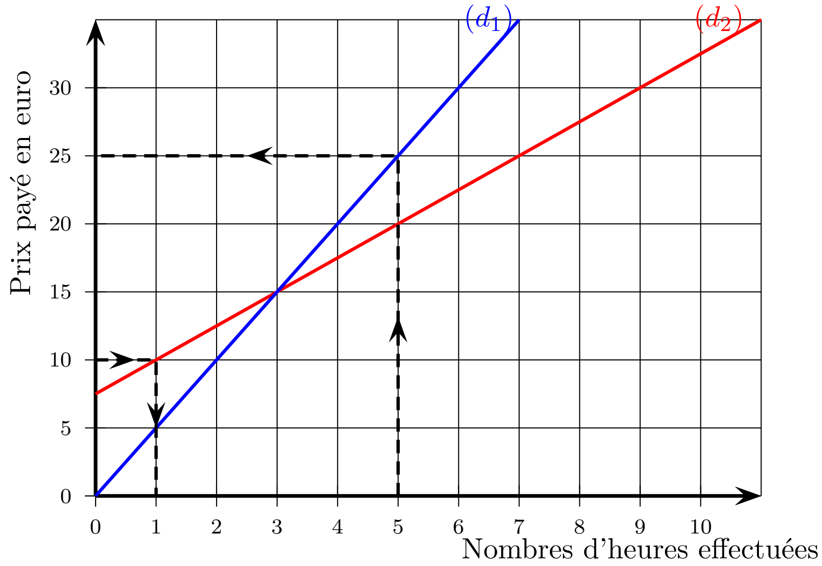
On peut donc obtenir au maximum 14 demi-journées d'activités.

Polynésie - Juin 2022 - Correction

Le graphique ci-dessous représente les deux tarifs pratiqués dans une salle de sport, selon le nombre d'heures effectuées :

— La droite (d_1) représente le tarif « liberté »

— La droite (d_2) représente le tarif « abonné »



1. Le prix payé avec le tarif « liberté » est-il proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport ?

Le prix payé avec le tarif « liberté » est représenté par la droite (d_1) qui passe par l'origine.
Donc le prix payé avec le tarif « liberté » est proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport.

2. On appelle :

- f la fonction qui, au nombre d'heures effectués, associe le prix payé en euro avec le tarif « liberté »
- g la fonction qui, au nombre d'heures effectués, associe le prix payé en euro avec le tarif « abonné »

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

a. Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?

$f(5) = 25$ l'image de 5 par f est 25.

b. Quel est l'antécédent de 10 par la fonction g ?

L'antécédent de 10 par la fonction g est 1.

3. À l'aide du graphique, indiquer le tarif parmi les deux proposés qui est le plus avantageux pour une personne selon le nombre d'heure qu'elle souhaite effectuer dans la salle de sport.

- Si la personne effectue moins de 3h dans la salle de sport il est plus avantageux qu'elle choisisse le tarif « liberté » (car la droite (d_1) est en dessous de la droite (d_2)).

- Si la personne effectue 3 h il est équivalent qu'elle choisisse l'un ou l'autre des deux tarifs.

-Si la personne effectue plus de 3 h il est plus avantageux qu'elle choisisse le tarif « abonné » (car la droite (d_2) est en dessous de la droite (d_1)).

4. Déterminer le prix payé avec le tarif « liberté » pour 15 heures effectuées.

La droite (d_1), associée au tarif « liberté », représente une situation de proportionnalité.
On peut donc l'associer à une fonction linéaire f de la forme $f : x \longmapsto ax$.

<u>Déterminons le coefficient a :</u> on voit que $f(1) = 5$ donc $a = 5$.

<u>Donc :</u> $f : x \longmapsto 5x$

Pour connaître le prix pour 15 heures effectuées : $f(15) = 5 \times 15 = 75$.

Le prix a payé pour 15 heures effectuées avec le tarif « liberté » est de 75 euros.

Grèce - Juin 2019 - Correction

1. On définit une fonction f $\quad f\ :\ x\ \longmapsto (x+1)^2 - x^2$

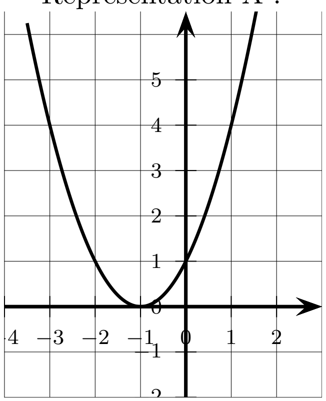
Montrer que $f(x) = 2x+1$

$(x+1)^2 - x^2 \quad = \quad x^2+2x+1-x^2 \quad = \quad 2x+1$

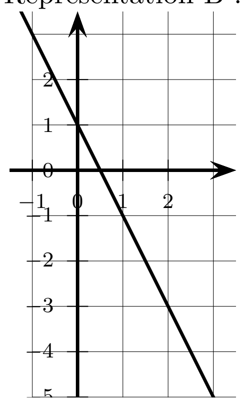
2. Dans chaque cas, une seule réponse est correcte.

1. La représentation graphique de la fonction f :	A	B	C
2. Sur la représentation A, l'image de 1 est :	4	-2	0
3. Sur la représentation B, l'antécédent de 3 est :	-1	-5	2

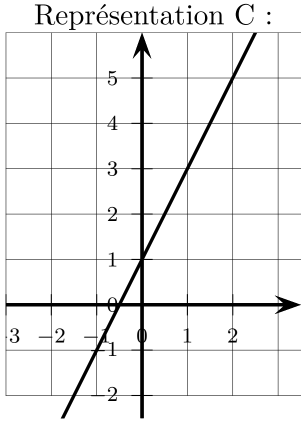
Représentation A :



Représentation B :



Représentation C :



Métropole - Septembre 2022 - Correction

Yanis vit en France métropolitaine. Il part cet été en Guadeloupe en vacances. Il se renseigne quant aux locations de véhicules.
Une société de location de voitures à Pointe-à-Pitre propose les tarifs suivants pour un véhicule 5 places de taille moyenne, assurances non comprises :

— Tarif « Affaire » : 0,50 euros par kilomètre parcouru.

— Tarif « Voyage court » : un forfait de 120 euros puis 20 centimes par kilomètre parcouru

— Tarif « Voyage long » : un forfait de 230 euros quel que soit le nombre de kilomètres effectués.

1. Yanis a préparé son plan de route et il fera 280 km.
Il choisit le tarif « Affaire ». Combien va-t-il payer ?

$280 \times 0,5 = 140$

Avec le tarif « Affaire » il paiera 140 euros.

2. S'il parcourt 450 km, quelle offre est la plus avantageuse financièrement ?

Faisons le calcul pour chaque tarif :

— Tarif « Affaire » : $450 \times 0,5 = 225$ euros.

— Tarif « Voyage court » : $120 + 450 \times 0,2 = 210$ euros.

— Tarif « Voyage long » : 230 euros.

Le tarif le plus intéressant est le tarif « Voyage court ».

3. Dans la suite, x désigne le nombre de kilomètres parcourus en voiture.
On considère les trois fonctions l , m, n suivantes :

$$l(x) = 230 \qquad m(x) = 0,5x \qquad n(x) = 0,2x+120$$

a. Associer chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

l : Tarif « Voyage long »

m :Tarif « Affaire »

n : Tarif « Voyage court »

b. Déterminer le nombre de kilomètres à parcourir pour que le tarif « Voyage court » soit égal au tarif « Affaire ».

On cherche le nombre de kilomètres x tel que $m(x) = n(x)$.

$$\begin{aligned}
m(x) &= n(x)\\
0,5x &= 0,2x + 120\\
0,5x - 0,2x &= 0,2x + 120 - 0,2x\\
0,3x &= 120\\
\frac{0,3x}{0,3} &= \frac{120}{0,3}\\
x &= 400
\end{aligned}$$

Pour 400 km on paie le même prix avec le tarif « Voyage court » qu'avec le tarif « Affaire ».

4.

a. Sur l'annexe jointe, tracer les courbes représentatives des fonctions l, m et n sur le graphique.

Voir graphique sur la page suivante.

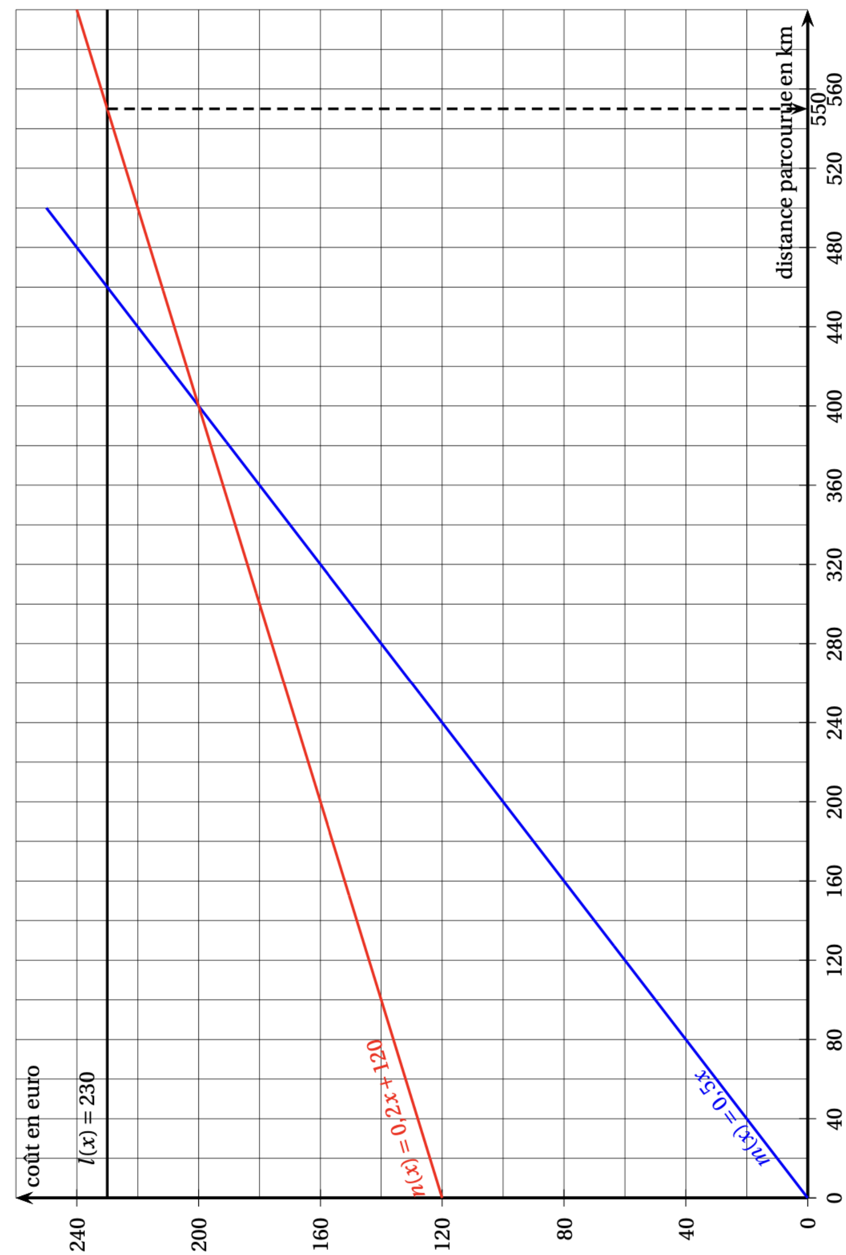
b. Déterminez graphiquement le nombre de kilomètres que devra atteindre Yanis pour que le tarif « Voyage long » soit le plus avantageux.

On laissera les traits de constructions apparents sur le graphique.

On constate qu'à partir de 550 km le tarif « Voyage long » est plus avantageux.

En effet, à partir de $x = 550$ les courbes représentatives de n et m seront toujours au dessus de celle de l.

Ce qui signifie qu'à partir de 550 km les deux tarifs « Affaire » et « Court » seront toujours plus chers que le tarif « Long ».



Centres étrangers - Juin 2023 - Correction

Pour se promener le long d'un canal, deux sociétés proposent une location de bateaux électriques. Les bateaux se louent pour un nombre entier d'heures.

Partie A : Étude du tarif proposé par la société A

Pour la société A, le prix à payer en fonction de la durée de location en heure est donné par le graphique en ci-contre. Répondre aux questions ci-dessous à l'aide du graphique. *Aucune justification n'est attendue pour les questions 1 et 2.*

1. Quel prix va-t-on payer en louant un bateau pour 2 heures ?

Pour deux heures, on paie 60 euros.

2. On dispose d'un budget de 100 euros, combien d'heures entières peut-on louer un bateau ?

On peut louer un bateau pendant 3 heures, cela coûte 90 euros . On n'a pas assez pour 4 heures qui coûtent 120 euros.

3. Expliquer pourquoi le prix est proportionnel à la durée de location.

Le prix est proportionnel à la durée de location car la représentation graphique est celle d'une fonction linéaire, en effet c'est une **droite qui passe par l'origine** du repère.

4. En déduire à l'aide d'un calcul, le prix à payer pour une durée de location de 10 heures.

Une heure coûte 30 euros, le prix étant proportionnel à la durée de location 10 heures coûtent 10×30 euros $= 300$ euros.

Autrement dit : Si on désigne par x le nombre d'heures de location : la fonction linéaire associée au tarif A est $f(x) = 30x$.

Pour une durée de location de 10 heures, le prix à payer est $f(10) = 30 \times 10 = 300$ euros.

Partie B : Étude du tarif proposé par la société B

La société B propose le tarif suivant : 60 euros de frais de dossier plus 15 euros par heure de location.

1. Montrer qu'en louant un bateau pour une durée de 2 heures, le prix à payer sera de 90 euros.

$\underbrace{60}_{frais} + \underbrace{2 \times 15}_{2\ heures} = 90$ euros. On paie bien 90 euros pour deux heures de location.

2. On désigne par x le nombre d'heures de location. On appelle f la fonction qui, au nombre d'heures de location, associe le prix, en euro, avec le tarif proposé par la société B.
On admet que f est définie par : $f(x) = 15x + 60$.
Sur le graphique ci-contre, tracer la courbe représentative de la fonction f.

Voir graphique (courbe rouge).

3. Le prix payé est-il proportionnel à la durée de location ?

Non car la représentation graphique de cette fonction est une droite qui **ne passe pas** par l'origine.

On peut justifier autrement :

3 heures : 90 euros (q°1) 6 heures : $60 + 6 \times 15$: 150 euros.

Lorsque la durée double, le tarif ne double pas ($90 \times 2 = 180 \neq 150$).

Partie C : Comparaison des deux tarifs

1. On souhaite louer un bateau pour une durée de 3 heures. Quelle société doit-on choisir pour avoir le tarif le moins cher ? Quel prix va-t-on payer dans ce cas ?

Société A : $30 \times 3 = 90$ euros (30 euros par heure).

Société B : $60 + 3 \times 15 = 105$ euros.

La société A propose un tarif moins élevé, on paiera alors 90 euros.

2. Pour quelle durée de location le prix payé est-il identique pour les deux sociétés ?

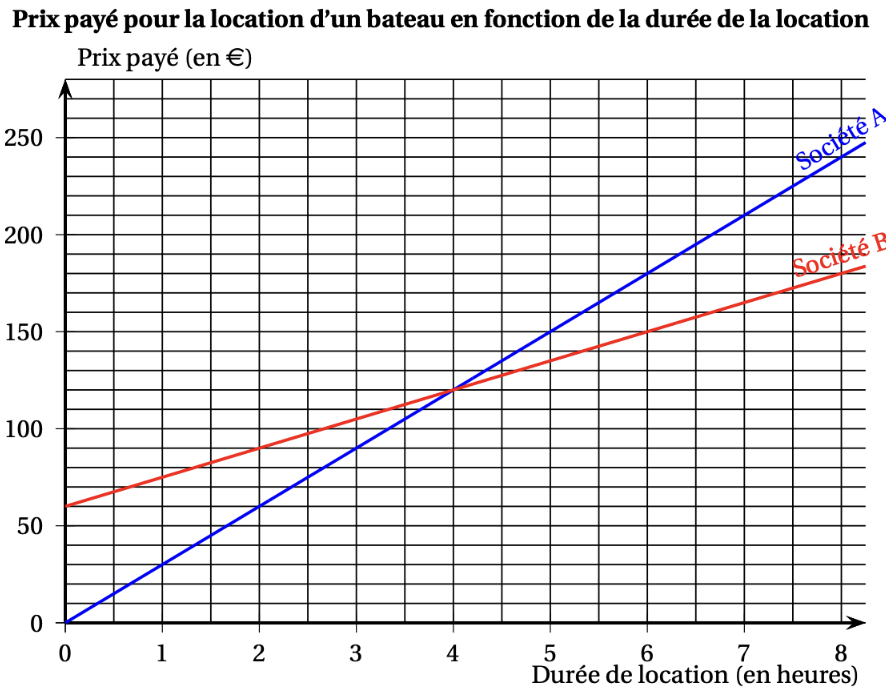
Graphiquement : on voit que les deux courbes se coupent pour $x = 4$.

Le prix payé est identique pour les deux sociétés pour 4 heures de location.

Équation : il faut résoudre l'équation $30x = 60 + 15x$.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 30x & = & 60 + 15x & \\
-15x & 30x & = & 60 + 15x & -15x \\
 & 15x & = & 60 & \\
 & \dfrac{15x}{15} & = & \dfrac{60}{15} & \\
 & x & = & 4 &
\end{array}$$

Le prix payé est identique pour les deux sociétés pour 4 heures de location.



Regroupement QCM - Correction

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit f définie par : $f(x) = -9 - 7x$ Quelle est l'affirmation correcte ?	f est une fonction affine	f est une fonction linéaire	f n'est ni affine ni linéaire
2	Soit f définie par : $f(x) = 2x + 3$. L'image de -2 par la fonction f est...	-7	-1	3
3	Soit f définie par : $f(x) = 3x^2 - 7$. Quelle est l'affirmation correcte ?	29 est l'image de 2 par la fonction f	$f(3) = 20$	f est une fonction affine
4	Soit f définie par : $f(x) = x^2 - 2$ Quelle est l'affirmation correcte ?	L'image de 2 par f est -2	$f(0) = -2$	$f(-2) = 0$

Quelques explications :

1. C'est du cours, une fonction affine est une fonction de la forme $f(x) = ax + b$.

Ici $a = -7$ et $b = -9$.

2. $f(-2) \; = \; 2 \times (-2) + 3 \; = \; -1$

3. $f(3) \; = \; 3 \times 3^2 - 7 \; = \; 3 \times 9 - 7 \; = \; 27 - 7 \; = \; 20$

4. $f(0) \; = \; 0^2 - 2 \; = \; -2$