Centre étranger - Juin 2021 - Correction

Partie A :

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles. Les issues possibles sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « On obtient 2 » ?

La probabilité de l'évènement A est $p(A) = \frac{1}{6}$.

3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « On obtient un nombre impair » ?

La probabilité de l'évènement B est $p(B) = \frac{3}{6}$ *(Il y a 3 nombres impairs sur les 6)*

Partie B :

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement C : « le score est 13 » ?

Comment appelle-t-on un tel évènement ?

$p(C) = 0$ C'est un évènement impossible. En effet, le score maximum est de 12 (en obtenant deux numéros 6).

2. Dans le tableau à double entrée, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

a. Compléter, sans justifier, le tableau ci-dessous :

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. Donner la liste des scores possibles Les issues possibles sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12

3. a. Déterminer la probabilité de l'évènement D : « le score est 10 ». $p(D) = \frac{3}{36}$

b. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 ». $p(E) = \frac{9}{36}$

c. Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

La probabilité d'obtenir un nombre strictement plus grand que 7 est de $\frac{15}{36}$ (5 fois l'issue 8 + 4 fois l'issue 9, etc.)

La probabilité d'obtenir un nombre premier est également de $\frac{15}{36}$ (1 fois l'issue 2, 2 fois l'issue 3, 4 fois l'issue 5, 6 fois l'issue 7 et 2 fois l'issue 11).

Polynésie - Juin 2021 - Correction

Un professeur propose un jeu à ses élèves.

Ils doivent tirer un jeton dans une boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir.

Le professeur leur précise que :

- La boîte A contient 10 jetons dont 1 jeton noir ;
- La boîte B contient 15% de jetons noirs ;
- La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.

La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est $\frac{50}{400} = \frac{50 \div 50}{400 \div 50} = \frac{1}{8}$.

Il y a 400 jetons dans la boîte C (350 + 50=400).

2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance ? Justifier la réponse.

Probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte A : $\frac{1}{10} = 0,1$

Probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte B : $\frac{15}{100} = 0,15$

Probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C : $\frac{1}{8} = 0,125$.

Maxime a intérêt à tenter sa chance dans la boîte B.

3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y a-t-il de jetons au total dans cette boîte ?

18 jetons noirs représentent 15% du total.

Jetons	18	?
Pourcentage	15	100

$? = \frac{18 \times 100}{15} = 120$ La boîte contient au total 120 jetons.

4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C.

Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Si on ajoute 10 jetons noirs dans la boîte, il y aura 60 jetons noirs et 410 jetons au total.

Il faut ajouter x jetons blancs pour obtenir la même probabilité de tirer un jeton noir.

Donc il y aura au total $410 + x$ jetons dans la boite.

<u>On veut donc :</u> $\frac{1}{8} = \frac{60}{410 + x}$

D'après l'égalité des produits en croix : $410 + x = 60 \times 8$ Soit $410 + x = 480$

$-410 \ + 410 + x = 480 \ -410$ <u>Ainsi :</u> $x = 70$.

<u>Vérification :</u> On ajoute 70 jetons blancs et 10 jetons noirs. Il y aura en tout 480 jetons dont 60 noirs. $\frac{60}{480} = \frac{1}{8}$

Nouvelle Calédonie - Décembre 2022 - Correction

Gabriel lance deux fois de suite un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4 et il relève le numéro qui figure sur la face cachée du dé.

Si Gabriel obtient 2 au premier lancer puis 4 au second, il note $(2\,;\,4)$.

1. Gabriel a noté $(3\,;2)$.

a. Quel numéro a-t-il obtenu au premier lancer ? Il a obtenu 3.

b. Quel numéro a-t-il obtenu au second lancer ? Il a obtenu 2.

2. Quelles sont les 16 issues possibles de ce jeu ?

On peut faire un tableau pour représenter les 16 issues possibles :

Lancer 1 / Lancer 2	1	2	3	4
1	$(1\,;\,1)$	$(2\,;\,1)$	$(3\,;\,1)$	$(4\,;\,1)$
2	$(1\,;\,2)$	$(2\,;\,2)$	$(3\,;\,2)$	$(4\,;\,2)$
3	$(1\,;\,3)$	$(2\,;\,3)$	$(3\,;\,3)$	$(4\,;\,3)$
4	$(1\,;\,4)$	$(2\,;\,4)$	$(3\,;\,4)$	$(4\,;\,4)$

3. Que dire de cet évènement :

A : « Obtenir 1 en additionnant les deux numéros obtenus » ?

Cet évènement est impossible, la plus petite somme est 2.

B : « Obtenir 7 en additionnant les deux numéros obtenus » peut être réalisé avec les issues $(3\,;\,4)$ et $(4\,;\,3)$.

4. Donner les quatre issues possibles qui réalisent l'évènement C : « Obtenir 5 en additionnant les deux numéros obtenus ».

D'après le tableau ci-dessus les quatre issues sont : $(1\,;\,4)$, $(2\,;\,3)$, $(3\,;\,2)$, $(4\,;\,1)$.

5. Quelle est la probabilité que l'évènement C se réalise ?

Il y a 4 issues favorables sur un total de 16 donc $p(C) = \dfrac{4}{16} = 0,25$.

Polynésie - Juin 2022 - Correction

Une entreprise produit et vend des jus de fruit contenus dans des briques en carton qui ont la forme d'un pavé droit.

Ces briques sont fabriquées pour contenir 350 mL de jus de pomme.

Lors d'un contrôle, 24 briques sont prélevées au hasard et analysées.
Le tableau ci-dessous donne le volume de jus de pomme (en mL) contenu dans ces briques :

Volume en mL	344	347	348	349	350	351	352	353	354	356	357
Effectif	1	2	4	4	2	3	1	2	3	1	1

1. Déterminer la médiane des volumes de cette série.
Interpréter ce résultat.

L'effectif total est 24, la médiane est donc entre la 12 et la 13 ème valeur.

La 12 et la 13 ème valeur sont des 350. La médiane de cette série est 350.

Interprétation : Cela signifie que la moitié des briques a un volume de 350 mL ou moins l'autre moitié un volume de 350 mL ou plus.

2. Calculer l'étendue de cette série.

La plus petite valeur est : 344 La plus grande valeur est : 357 Étendue : $357 - 344 = 13$.

3. On prélève au hasard une brique parmi celles contrôlées, quelle est la probabilité qu'elle contienne exactement 350 mL de jus de pomme ?

La probabilité est $\dfrac{2}{24}$.

4. Lorsque le volume de jus de pomme contenu dans une brique est compris entre 345 mL et 355 mL, cette brique peut être vendue.
Quel est le pourcentage de briques que l'entreprise peut vendre parmi les briques contrôlées ?

Il y a 21 briques ayant un volume compris entre 345 mL et 355 mL. $\dfrac{21}{24} = 0,875$ Soit 87,5%.

Regroupement QCM - 2023

<table>
<tr><th>N°</th><th>Question</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Un sac de billes opaque contient deux billes rouges, trois billes vertes et trois billes bleues. On tire au hasard une bille dans ce sac. Quelle est la probabilité d'obtenir une bille rouge ?</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Dans un sac, il y a 17 jetons rouges, 23 jetons jaunes et 20 jetons bleus, tous indiscernables au toucher. On tire au hasard un jeton du sac.
Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rouge ou un jeton jaune ?</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>0,6</td><td>$\frac{17}{23}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de 5^e d'un collège en fonction du sexe et de la langue vivante 2 choisie :
<table>
<tr><th></th><th>Allemand</th><th>Espagnol</th><th>Italien</th></tr>
<tr><td>Filles</td><td>10</td><td>43</td><td>26</td></tr>
<tr><td>Garçons</td><td>7</td><td>42</td><td>32</td></tr>
</table>
On interroge au hasard un élève de 5^e parmi tous les élèves de 5^e de ce collège.
Quelle est la probabilité que l'élève interrogé ait choisi l'italien en deuxième langue vivante ?</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{58}{160}$</td><td>$\frac{58}{102}$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>On reprend la situation de la question 3. et on interroge au hasard un élève de 5^e parmi tous les élèves de 5^e de ce collège. Quelle est la probabilité que l'élève interrogé soit une fille qui ne fait pas d'allemand ?</td><td>$\frac{69}{79}$</td><td>$\frac{69}{143}$</td><td>$\frac{69}{160}$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Dans un sac opaque, on dispose de huit boules numérotées de 1 à 8. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 2 ?</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr>
</table>

Éléments de correction :

1. Il y a 8 billes en tout dont 2 rouges. La probabilité est de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

2. Il y a en tout $17 + 23 + 20 = 60$ jetons dont $17 + 23 = 40$ rouges ou jaunes. La probabilité est de $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$.

3. Il y a en tout $10 + 7 + 43 + 42 + 26 + 32 = 160$ élèves en tout dont $26 + 42 = 58$. La probabilité est de $\frac{58}{160}$.

4. Il y a 160 élèves en tout dont $43 + 26 = 69$ filles qui ne font pas allemand. La probabilité est de $\frac{69}{160}$.

5. Il y a 4 multiples de 2 (2 ; 4 ; 6 ; 8) sur un total de 8 nombres. La probabilité est de $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Amérique du sud - Novembre 2023 - Correction

On dispose d'une roue dont les 4 secteurs ont tous la même aire et sont numérotés : 1 ; 2 ; 3 ; 4.

On dispose également d'une urne contenant 3 boules numérotées : 2 ; 3 et 4.

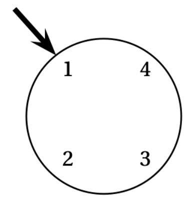
Les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

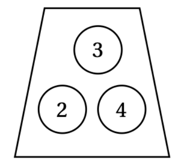
« On fait tourner la roue puis on tire au hasard une boule dans l'urne.

On forme alors un nombre entier à deux chiffres tel que :

- Le chiffre des dizaines est le numéro indiqué par la flèche sur la roue.
- Le chiffre des unités est le numéro de la boule tirée dans l'urne. »



La roue : chiffre des dizaines



L'urne : chiffre des unités

Exemple : Si la flèche indique le numéro 1 sur la roue et que la boule tirée dans l'urne porte le numéro 3, on forme le nombre 13.

1. Écrire la liste des 12 issues possibles.

12 ; 13 ; 14 ; 22 ; 23 ; 24 ; 32 ; 33 ; 34 ; 42 ; 43 ; 44

2. Déterminer la probabilité de l'évènement:« Obtenir un nombre impair ».

Il y a 4 nombres impairs (13, ; 23 ; 33 ; 43) sur un total de 12, la probabilité de cet évènement est donc $\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

3. On considère l'évènement A : « Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30 ».

a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

Il y a 2 nombres premiers inférieurs à 30 (13 et 23) sur un total de 12 nombres possibles donc $P(A) = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$

b. Quelle est la probabilité de son évènement contraire ?

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{6}{6} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$. On peut aussi répondre $\dfrac{10}{12}$.

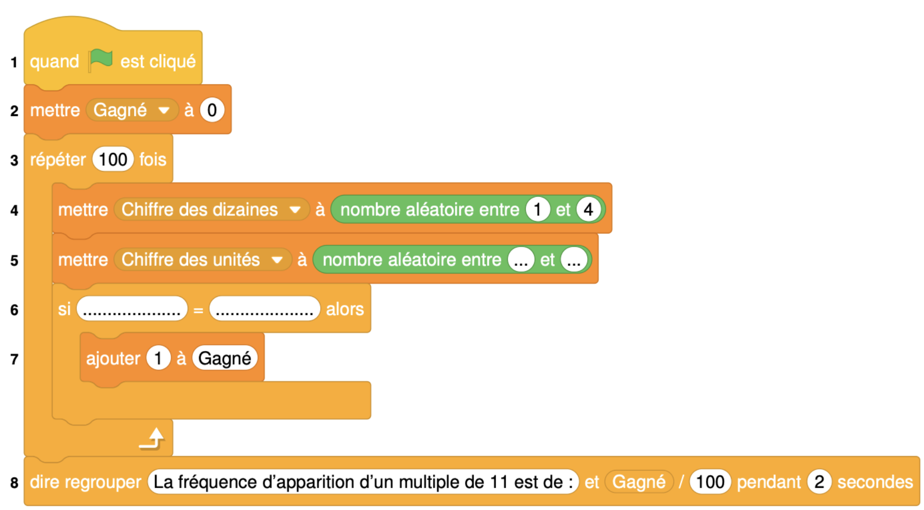
À l'aide de cette expérience aléatoire, on crée un jeu de hasard. Le joueur gagne s'il obtient un multiple de 11.

4. Montrer que la probabilité d'obtenir un multiple de 11 est égale à 0,25.

Il y a 3 multiples de 11 (22, 33, 44) sur un total de 12 nombres possibles.

La probabilité de gagner est donc de $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.

5. On souhaite simuler ce jeu à l'aide d'un logiciel de programmation.
On a rédigé le script ci-dessous :



a. Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 5. *Ne pas justifier.*

Il faut compléter par **2** et **4**.

b. Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 6. *Ne pas justifier.*

Il faut compléter par **Chiffre des dizaines = Chiffres des unités**.
En effet, dans ce jeu et dans cette configuration les multiples de 11 on le même chiffre des unités et des dizaines.

c. On a cliqué sur le drapeau et voici le résultat du programme :
« La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est 0, 23. » Pourquoi le résultat est-il différent de celui obtenu dans la question 4 ?

Le résultat de la question 4 est la fréquence *théorique*.

La fréquence obtenue est proche de la fréquence théorique car nous avons fait 100 fois l'expérience mais elle n'est pas égale car 100 n'est pas un nombre suffisamment grand.

D'après la *loi des grands nombres* plus le nombre de répétitions sera élevé, plus la fréquence observée se rapprochera de la fréquence théorique.