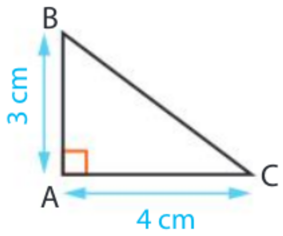
Rappel 1

Le théorème de Pythagore : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

► Déterminer la longueur manquante dans chacun des trois triangles ci-dessous :

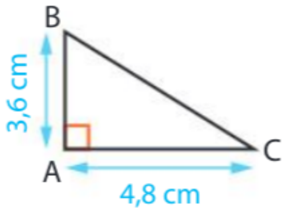


Dans le triangle ABC rectangle en A,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{array}{lcl} BC^2 & = & AB^2 + AC^2 \\ BC^2 & = & 4^2 + 3^2 \\ BC^2 & = & 16 + 9 \\ BC^2 & = & 25 \end{array}$$

Comme BC est une longueur $BC > 0$.

<u>Donc :</u> $BC = \sqrt{25} = 5\ cm$

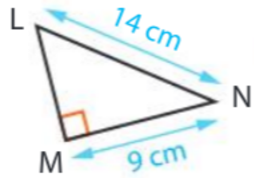


Dans le triangle ABC rectangle en A,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{array}{lcl} BC^2 & = & AB^2 + AC^2 \\ BC^2 & = & 3,6^2 + 4,8^2 \\ BC^2 & = & 12,96 + 23,04 \\ BC^2 & = & 36 \end{array}$$

Comme BC est une longueur $BC > 0$.

<u>Donc :</u> $BC = \sqrt{36} = 6\ cm$



Dans le triangle LMN rectangle en M,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{array}{lcl} LN^2 & = & MN^2 + LM^2 \\ 14^2 & = & 9^2 + LM^2 \\ 196 & = & 81 + LM^2 \\ LM^2 & = & 196 - 81 \\ LM^2 & = & 115 \end{array}$$

Comme LN est une longueur $LN > 0$.

<u>Donc :</u> $BC = \sqrt{115} \simeq 10,7\ cm$

Exercice 2

1. Soit FBQ un triangle rectangle en F tel que : $FB = 15\ cm$ et $FQ = 8\ cm$.
→ Calculer la longueur BQ.

Dans le triangle FBQ rectangle en F,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{array}{lcl} QB^2 & = & FQ^2 + FB^2 \\ QB^2 & = & 8^2 + 15^2 \\ QB^2 & = & 64 + 225^2 \\ QB^2 & = & 289 \end{array}$$

Comme LN est une longueur $QB > 0$.

<u>Donc :</u> $QB = \sqrt{289} = 17\ cm$

2. Soit MIZ un triangle rectangle en I tel que : $ZM = 12\ cm$ et $ZI = 9,6\ cm$.
→ Calculer la longueur MI.

Dans le triangle MIZ rectangle en I,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{array}{lcl} ZM^2 & = & ZI^2 + MI^2 \\ 12^2 & = & 9,6^2 + MI^2 \\ 144^2 & = & 92,16 + MI^2 \\ MI^2 & = & 144 - 92,16 \\ MI^2 & = & 51,84 \end{array}$$

Comme MI est une longueur $MI > 0$.

<u>Donc :</u> $MI = \sqrt{51,84} = 7,2\ cm$

3. Soit IJK un triangle rectangle en I tel que : $IJ = 14\ cm$ et $JK = 16,8\ cm$.
→ Calculer la longueur KI.

Dans le triangle IJK rectangle en I,
le théorème de Pythagore s'écrit :

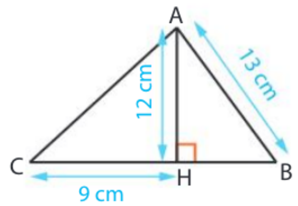
$$\begin{array}{lcl} JK^2 & = & IJ^2 + KI^2 \\ 16,8^2 & = & 14^2 + KI^2 \\ 282,24 & = & 196 + KI^2 \\ KI^2 & = & 282,24 - 196 \\ KI^2 & = & 86,24 \end{array}$$

Comme KI est une longueur $KI > 0$.

<u>Donc :</u> $KI = \sqrt{86,24} \simeq 9,3\ cm$

Exercice 3

► Calculer l'aire du triangle ABC.



Aire d'un triangle : $\dfrac{base \times hauteur}{2}$

Base : CB Hauteur : $[AH]$

Il faut déterminer la longueur CB, il nous manque la longueur BH.

Dans le triangle ABH rectangle en H,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ 13^2 &= 12^2 + BH^2 \\ 169 &= 144 + BH^2 \\ BH^2 &= 169 - 144 \\ BH^2 &= 15 \end{aligned}$$

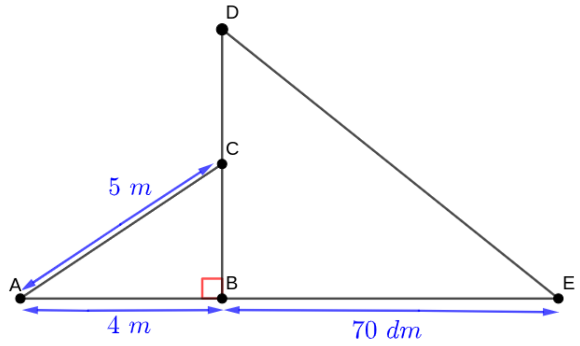
Comme BH est une longueur $BH > 0$.
Donc : $BH = \sqrt{25} = 5\ cm$.

$$CB = CH + HB = 9 + 5 = 14$$

$$\mathscr{A} = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{14 \times 12}{2} = 84\ cm^2$$

Exercice 4

Sur le dessin ci-dessous, les points $A,\ B$ et E sont alignés et C est le milieu de $[BD]$



1. Déterminer la longueur de $[BD]$.

Pour déterminer la longueur BD il faut déterminer la longueur BC.
Comme C est le milieu de $[BD]$ alors $BD = 2 \times BC$.

Dans le triangle ABC rectangle en B,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + CB^2 \\ 5^2 &= 4^2 + CB^2 \\ 25 &= 16 + CB^2 \\ CB^2 &= 25 - 16 \\ CB^2 &= 9 \end{aligned}$$

Comme CB est une longueur $CB > 0$.
Donc : $CB = \sqrt{9} = 3\ cm$

Ainsi : $BD = 2 \times BC = 2 \times 3 = 6\ cm$.

2. Quel est la nature du triangle BED ?

$A,\ B$ et E sont alignés donc $\widehat{ABE} = 180°$

$$\widehat{DBE} = 180 - \widehat{ABC} = 180° - 90° = 90°$$

Donc BED est un triangle rectangle en B.

3. En déduire la longueur de $[DE]$.

$70\ dm = 7\ m$

Dans le triangle DEB rectangle en B,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} DE^2 &= DB^2 + EB^2 \\ DE^2 &= 6^2 + 7^2 \\ DE^2 &= 36 + 49 \\ DE^2 &= 85 \end{aligned}$$

Comme DE est une longueur $DE > 0$.
Donc : $DE = \sqrt{85} \simeq 9,2\ cm$

Exercice 5

Dans chaque cas, déterminer si oui ou non les triangles sont rectangles.
Si oui, préciser en quel point.

1. Le triangle XYZ avec :
$XY = 3,9cm,\quad XZ = 5,2cm$ et $YZ = 6,5cm$.

Dans le triangle XYZ le côté le plus long est $[YZ]$.

D'une part : $YZ^2 = 6,5^2 = 42,25$

D'autree part : $XY^2 + XZ^2 = 3,9^2 + 5,2^2 = 15,21 + 27,04 = 42,25$

On a : $YZ^2 = XY^2 + XZ^2$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle XYZ est rectangle en X.

2. Le triangle PUF avec :
$PU = 3,6dm,\quad UF = 42cm$ et $PF = 5,5cm$.

$3,6\ dm = 36\ cm$

Dans le triangle PUF le côté le plus long est $[UF]$.

D'une part : $UF^2 = 42^2 = 1\ 764$

D'autree part : $PU^2 + PF^2 = 36^2 + 5,5^2 = 1\ 296 + 30,25 = 1\ 326,25$

On a : $UF^2 \neq PU^2 + PF^2$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle PUF n'est pas rectangle.

3. Le triangle LDF avec :
$LD = 2,3m,\quad DF = 5,6m$ et $LF = 6m$.

Dans le triangle LDF le côté le plus long est $[LF]$.

D'une part : $LF^2 = 6^2 = 36$

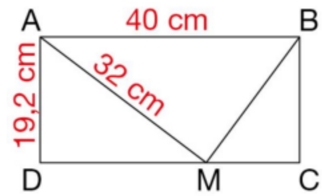
D'autree part : $LD^2 + DF^2 = 2,3^2 + 5,6^2 = 5,29 + 31,36 = 36,65$

On a : $LF^2 \neq LD^2 + DF^2$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle LDFn' est pas rectangle.

Exercice 6

$ABCD$ est un rectangle et $M \in [CD]$.



1. Déterminer les longueurs DM, CM et BM.

Longueur DM :

ADM est rectangle en D car $ABCD$ est un rectangle.
Dans le triangle ADM rectangle en D,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AM^2 &= DA^2 + DM^2 \\ 32^2 &= 19,2^2 + DM^2 \\ 1\ 024 &= 368,64 + DM^2 \\ DM^2 &= 1\ 024 - 368,64 \\ DM^2 &= 655,36 \end{aligned}$$

Comme DM est une longueur $DM > 0$.
Donc : $DM = \sqrt{655,36} = 25,6\ cm$

Longueur CM : $M \in [CD]$

$CM = DC - DM = 40 - 25,6 = 14,4\ cm$

Longueur BM : CBM est rectangle en C car $ABCD$ est un rectangle.
Dans le triangle CBM rectangle en C,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} BM^2 &= MC^2 + DM^2 \\ BM2^2 &= 14,4^2 + 19,2^2 \\ BM^2 &= 207,36 + 368,64 \\ BM^2 &= 576 \end{aligned}$$

Comme BM est une longueur $BM > 0$.
Donc : $BM = \sqrt{576} = 24\ cm$

2. AMB est-il rectangle ?

Dans le triangle AMB le côté le plus long est $[AB]$.

D'une part : $AB^2 = 40^2 = 1\ 600$

D'autree part : $AM^2 + MB^2 = 32^2 + 24^2 = 1\ 024 + 576 = 1600$

On a : $AB^2 = AM^2 + MB^2$

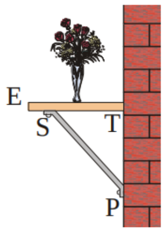
Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle AMB est rectangle en M.

Exercice 7

On a fixé au mure un étagère $[ET]$ avec un support représenté par le segment $[SP]$ de longueur $37,4cm$.

$ST = 17,6cm \quad TP = 33cm$.

On suppose que le mur est vertical.



► L'étagère est-elle horizontale ?

Pour vérifier si l'étagère est horizontale il faut vérifier si elle forme un angle droit avec le mur sur lequel elle est fixée.

Autrement dit il faut vérifier si le triangle STP est rectangle en T.

Dans le triangle STP le côté le plus long est $[SP]$.

D'une part : $SP^2 = 37,4^2 = 1\ 398,76$

D'autree part : $ST^2 + TP^2 = 17,6^2 + 33^2 = 309,76 + 1\ 089 = 1\ 398,76$

On a : $SP^2 = ST^2 + TP^2$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle STP est rectangle en T.

L'étagère est donc bien horizontale.