Cours de Mathématiques

Chapitre n°2 : Proportionnalité et Pourcentages

Niveau : Quatrième (rappels) et Troisième

Année scolaire

2024 - 2025

Notions abordées :

- Situation de proportionnalité ou non ;
- Déterminer une quatrième proportionnelle ;
- Égalité des produits en croix ;
- Représentation graphique ;
- Pourcentages

Compétences évaluées :

- Reconnaître sur un graphique une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité ;
- Calculer une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix ;
- Utiliser une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité ;
- Résoudre des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie ;
- Calculer un pourcentage.

Chapitre n°2 : Proportionnalité et Pourcentages

Table des matières

Chapitre n°2 : Proportionnalité et Pourcentages

I Définition

Définition :

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre **toujours par un même nombre** non nul.

Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Grandeur A	a	c
Grandeur B	b	d

÷ coefficient

× coefficient

REMARQUE

Dans ce cas les grandeurs A et B évoluent dans les mêmes proportions.

Par exemple lorsque l'une double, l'autre aussi.

Exemple

×2

Nombre de tickets	1	2	5	10
Prix (€)	2.5	5	12.5	25

×2,5

×5

II Compléter un tableau de proportionnalité

Élodie marche à vitesse constante, la distance qu'elle parcourt est proportionnelle à la durée de sa marche. Voici le tableau de proportionnalité :

Temps (h)	2	3	5
Distance parcourue (km)	5		

1 DÉTERMINER LE COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ

On détermine le coefficient de proportionnalité à l'aide d'une colonne du tableau.
Notons k ce coefficient.

Temps (h)	2	3	5
Distance parcourue (km)	5		

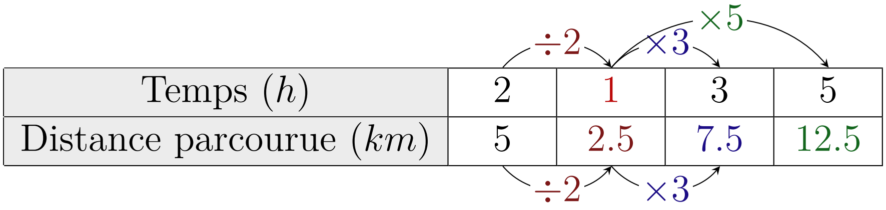
$\times k$

k est le nombre qui, multiplié par 2 donne 5 ($2 \times k = 5$). Donc : $k = \frac{5}{2} = 2,5$.

Une fois le coefficient déterminé, le tableau est alors simple à compléter.

2 PASSAGE À L'UNITÉ

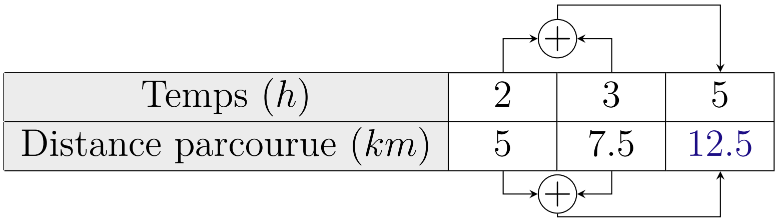
On se ramène à l'unité à partir de la case de son choix (lorsqu'on l'a...), puis à partir de là on obtient les valeurs manquantes.



Temps (h)	2	1	3	5
Distance parcourue (km)	5	2.5	7.5	12.5

3 UTILISATION DES PROPRIÉTÉS DU TABLEAU

Cette méthode est utile dans le cas où au moins deux des colonnes du tableau sont déjà remplies.



Temps (h)	2	3	5
Distance parcourue (km)	5	7.5	12.5

4 RECONNAÎTRE UN TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ

Pour vérifier si un tableau donné est un tableau de proportionnalité il faut vérifier que le coefficient est le mémé pour chaque colonne du tableau.

À l'inverse, pour montrer qu'un tableau n'est pas un tableau de proportionnalité il suffit de trouver deux colonnes dont le coefficient diffère.

Exemples

Côté d'un carré (cm)	2	3	4
Périmètre du carré (cm)	8	12	16

On a : $\dfrac{8}{2} = \dfrac{12}{3} = \dfrac{16}{4} = 4$

Donc ce tableau illustre une situation de proportionnalité.

Côté d'un carré (cm)	2	3	4
Aire du carré (cm^2)	4	9	16

On a : $\dfrac{4}{2} \neq \dfrac{16}{4}$

Donc ce tableau **n'**illustre **pas** une situation de proportionnalité.

III Égalité des produits en croix

PROPRIÉTÉ. *Rappel : Produits en croix* (admise)

Soit a, b, c et d des entiers relatifs avec b, $d \neq 0$.

- Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ alors : $ad = bc$
- Si $ad = bc$ alors : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

Démonstration.

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ on a : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times d}{b \times d}$ et $\dfrac{c}{d} = \dfrac{c \times b}{d \times d}$ d'où $\dfrac{a \times d}{b \times d} = \dfrac{c \times b}{d \times b}$ donc : $ad = bc$.

Exemple

Sur un plan, $4cm$ représente en réalité $45m$.
Combien $7cm$ sur ce plan représente-t-il en réalité ?

On note x la distance réelle cherchée.

Distance sur le plan (cm)	4	7
Distance réelle (m)	45	x

C'est un tableau de proportionnalité donc on a : $4 \times x = 7 \times 45$

$$\underline{\text{Ainsi :}} \quad x = \frac{45}{4} \times 7 = 78,75\ m$$

7 cm sur le plan représente alors 78,75 m en réalité.

IV Représentation graphique de la proportionnalité

PROPRIÉTÉ. (admise)

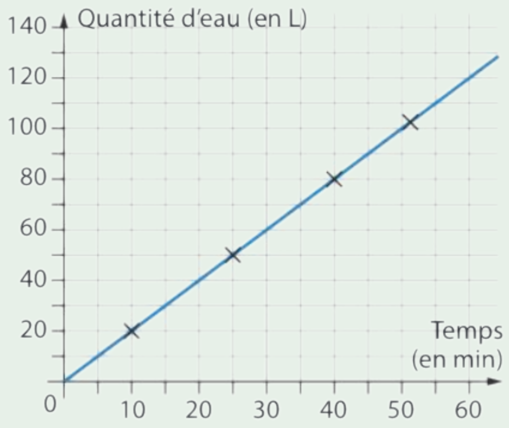
Si on représente, dans un repère du plan, une situation de proportionnalité, alors, on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Réciproquement : Si une situation est représentée par un graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère, alors cette représentation graphique illustre une situation de proportionnalité.

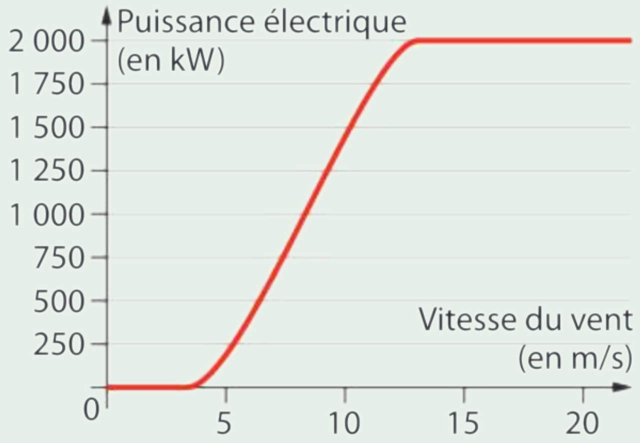
► Autrement dit, la représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite qui passe par l'origine du repère.

Exemple

- Lorsque l'eau coule d'un robinet avec un débit constant, alors la quantité d'eau écoulée est proportionnelle au temps.



- La puissance d'une éolienne n'est pas proportionnelle à la vitesse du vent.



V Pourcentage

1 Définition

Définition :

Un pourcentage de $t\%$ traduit une proportion de $\dfrac{t}{100}$

2 Calcul de pourcentages

Exemple

Dans un groupe de 60 randonneurs, 20% ont moins de 25 ans. Combien sont-ils ?

Nombres de randonneurs	60	x
Pourcentage	100	20

On utilise le produit en croix $x = \dfrac{20 \times 60}{100} = 12$.

12 randonneurs ont moins de 25 ans.

3 Déterminer un pourcentage

Définition :

Déterminer un pourcentage, c'est déterminer une proportion écrite sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

Exemples

Dans un collège de 550 élèves, 231 sont externes.
Quel est le pourcentage d'élèves externes dans ce collège ?

$$\frac{231}{550} = 0,42 = \frac{42}{100} = 42\%$$

Il est aussi possible de faire un tableau :

Élèves	550	231
Pourcentage	100	x

On a : $550 \times x = 231 \times 100$ D'où : $x = \dfrac{231 \times 100}{550} = 42$

42% des élèves de ce collège sont externes.
Sur 100 élèves, 42 sont externes (sur 200 élèves 84, sont externes, ...).

Un article coûte 45,50 euros après une réduction de 30%. Quel était le prix initial ?

On paie 70% du prix initial après une réduction de 30%.

En faisant un tableau :

Prix	x	45,5
Pourcentage	100	30

On a : $30 \times x = 45,5 \times 100$ D'où : $x = \dfrac{45,5 \times 100}{30} = 65$

L'article coûtait 65 euros avant réduction.