Cours de Mathématiques

Chapitre n° 4 : Racine Carrée

Niveau : Quatrième

Année scolaire

2024 - 2025

Notions abordées :

- Définition de la racine carrée ;
- Encadrement.

Compétences évaluées :

- Utiliser les carrés parfaits de 1 à 144 ;
- Connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif ;
- Encadrer la racine carrée d'un nombre positif entre deux entiers consécutifs.

Chapitre n° 4 : Racine Carrée

Table des matières

Chapitre n° 4 : Racine Carrée

Introduction

Question 1 : Quelle est l'aire d'un carré de côté 3 cm ?

▶ $\mathscr{A} = c^2 = 3^3 = 9\ cm^2$

Question 2 : Combien mesure le côté d'un carré ayant une aire de 36 cm^2 ?

▶ 6 cm car $6 \times 6 = 36$

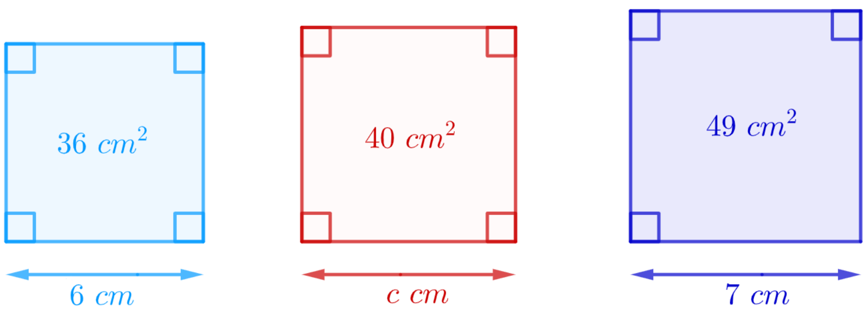
Question 3 : Combien mesure le côté d'un carré ayant une aire de 49 cm^2 ?

▶ 7 cm car $7 \times 7 = 49$

Question 4 : Combien mesure le côté d'un carré ayant une aire de 40 cm^2 ?

▶ On cherche un nombre c tel que $c^2 = 40$.

On peut effectuer un premier encadrement :



Le côté de ce carré mesure entre 6 et 7 centimètres : $6 < c < 7$.

On peut affiner l'encadrement :

$6,5^2 = 42,25$	donc	$6 < c < 6,5$
$6,3^2 = 39,69$ et $6,4^2 = 40,96$	donc	$6,4 < c < 6,3$
$6,35^2 = 40,3225$	donc	$6,3 < c < 6,35$

On peut affiner davantage l'encadrement mais sans jamais déterminer la valeur exacte de c.

On notera cette valeur $c = \sqrt{40}$ qui est la *racine carrée de 40*.

Ainsi : $\sqrt{40} \times \sqrt{40} = 40$

I Définitions

1 Carré d'un nombre

Définition :

Le carré d'un nombre a est le nombre $a \times a$ que l'on note a^2.

Exemples

Le carré de 6 est $6 \times 6 = 36$ soit $6^2 = 36$.

De même :

$10^2 = 10 \times 10 = 100$, le carré de 10 est 100.

$20,4^2 = 20,4 \times 20,4 = 416,16$, le carré de 20,4 est 416,16.

Remarque

Il faut connaître les carrées des entiers de 1 à 12.

$1^2 = 1$	$4^2 = 16$	$7^2 = 49$	$10^2 = 100$
$2^2 = 4$	$5^2 = 25$	$8^2 = 64$	$11^2 = 121$
$3^2 = 9$	$6^2 = 36$	$9^2 = 81$	$12^2 = 144$

Attention : $a^2 \neq a + a$ (sauf pour $a = 0$ et $a = 2$). En effet : $5^2 = 25$ et $5 + 5 = 10$

2 Racine carrée

Définition :

Soit a un nombre positif (≥ 0).

La racine carrée de a est le nombre **positif** dont le carré est a. Ce nombre est noté $\sqrt{a}$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

Si $\sqrt{a}$ est un nombre entier, on dit que a est un carré parfait.

La racine carrée d'un nombre **peut** se déterminer à la calculatrice (valeur exacte ou approchée).

Exemples

$\sqrt{25} = 5$, c'est-à-dire que $5 \times 5 = 25$. 25 est un carré parfait.

$\sqrt{169} = 13$, c'est-à-dire que $13 \times 13 = 169$. 169 est un carré parfait.

$\sqrt{42,25} = 6,5$

$\sqrt{76} \simeq 8,72$.

REMARQUE

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{144} = 12$

Attention : Il n'est pas possible de déterminer la racine carrée d'un nombre négatif.

Exemple

Essayons de déterminer la racine carrée de -100.

On cherche un nombre n tel que $n^2 = n \times n = -100$

Un tel nombre n'existe pas car si n ne peut ni être positif ni être négatif.
En effet le produit de deux nombres de même signe est toujours positif.

Il est donc impossible d'avoir $n^2 = -100$.

II Propriété

PROPRIÉTÉ. *(admise)*
Soit a et b deux nombres positifs tel que $0 \leq a \leq b$, alors :

$$\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$$

REMARQUE

On utilise cette propriété pour encadrer la racine carrée d'un nombre positif entre deux entiers consécutifs

Exemple

Encadrons $\sqrt{56}$ entre deux entiers consécutifs :

► On cherche à encadrer 56 entre deux carrés parfaits **consécutifs**.

<u>On a :</u> $49 \leq 56 \leq 64$

<u>Donc :</u> $\sqrt{49} \leq \sqrt{56} \leq \sqrt{64}$

<u>Or :</u> $\sqrt{49} = 7$ et $\sqrt{64} = 8$

<u>Ainsi :</u> $7 \leq \sqrt{56} \leq 8$