

Rappel n° 3 : Fractions

I Quotient



Définition :

Soit a et b deux entiers relatifs, avec $b \neq 0$.

La fraction $\frac{a}{b}$ est le **quotient** de a par b .

$$\begin{array}{l} \text{numérateur} \longrightarrow \frac{a}{b} = a \div b \\ \text{dénominateur} \longrightarrow \end{array}$$

De plus : $\frac{a}{b}$ est le nombre qui multiplié par b vaut a : $\frac{a}{b} \times b = a$

EXEMPLES.

$$\frac{3}{10} = 3 \div 10 = 0,3$$

$$\frac{3}{10} \times 10 = 3$$

$$\frac{17}{22} \times 22 = 17$$

II Addition et soustraction

1 FRACTIONS DE MÊME DÉNOMINATEUR

PROPRIÉTÉ.

Pour **additionner** (ou **soustraire**) deux fractions de **même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Soit a , b et c trois nombres relatifs avec $c \neq 0$, alors :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

EXEMPLES.

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{13} + \frac{5}{13} \\ &= \frac{3+5}{13} \\ &= \frac{8}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{5} + \frac{-9}{5} \\ &= \frac{2+(-9)}{5} \\ &= \frac{2-9}{5} \\ &= \frac{-7}{5} \\ &= -\frac{7}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{-12}{24} - \frac{6}{24} \\ &= \frac{-12-6}{24} \\ &= \frac{-18}{24} \\ &= \frac{-3 \times 6}{4 \times 6} \\ &= \frac{-3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{2}{9} - \frac{-7}{9} \\ &= \frac{2-(-7)}{9} \\ &= \frac{2+7}{9} \\ &= \frac{9}{9} \\ &= 1 \end{aligned}$$

2 FRACTIONS DE DÉNOMINATEURS DIFFÉRENTS

PROPRIÉTÉ.

Un quotient ne change pas si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre **non nul**.

Autrement dit, soit a , b et k trois relatifs avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

EXEMPLES.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{40}{12} = \frac{40 \div 2}{12 \div 2} = \frac{20}{6}$$

MÉTHODE

Pour **additionner (ou soustraire)** plusieurs fractions de **dénominateurs différents**, on les écrit d'abord avec le même dénominateur, en utilisant la propriété ci-dessus.

EXEMPLES.

$$\begin{aligned} E &= \frac{3}{5} + \frac{7}{10} \\ &= \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{7}{10} \\ &= \frac{6}{10} + \frac{7}{10} \\ &= \frac{6+7}{10} \\ &= \frac{13}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{-5}{9} + \frac{-7}{27} \\ &= \frac{-5 \times 3}{9 \times 3} + \frac{-7}{27} \\ &= \frac{-15}{27} + \frac{-7}{27} \\ &= \frac{-15-7}{27} \\ &= \frac{13}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= \frac{-2}{3} - \frac{-3}{4} \\ &= \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} - \frac{-3 \times 3}{4 \times 3} \\ &= \frac{-8}{12} - \frac{-9}{12} \\ &= \frac{-8 - (-9)}{12} \\ &= \frac{-8+9}{12} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

III Multiplication de fractions

PROPRIÉTÉ.

Pour multiplier des fractions on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autrement dit, soit a , b , c et d quatre nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$ alors : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

EXEMPLES.

$$\begin{aligned} H &= \frac{3}{5} \times \frac{7}{11} \\ &= \frac{3 \times 7}{5 \times 11} \\ &= \frac{21}{55} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{12}{6} \times \frac{10}{5} \\ &= \frac{12 \times 10}{6 \times 5} \\ &= \frac{120}{30} \\ &= \frac{4}{1} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J &= \frac{7}{18} \times \frac{81}{56} \\ &= \frac{7 \times 81}{18 \times 56} \\ &= \frac{\cancel{7} \times \cancel{9} \times \cancel{9}}{2 \times \cancel{9} \times \cancel{9} \times \cancel{7}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{-35}{27} \times \frac{54}{49} \\ &= \frac{-35 \times 54}{27 \times 49} \\ &= \frac{-5 \times \cancel{7} \times \cancel{9} \times 6}{3 \times \cancel{9} \times \cancel{7} \times 7} \\ &= \frac{-5 \times 6}{3 \times 7} \\ &= \frac{-5 \times \cancel{3} \times 2}{\cancel{3} \times 7} = \frac{-10}{7} \end{aligned}$$

IV Division de fractions

PROPRIÉTÉ.

Soit a , b , c et d quatre nombres relatifs, avec b , c et d non nuls.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

REMARQUE

Cela signifie que diviser par une fraction revient à **multiplier par son inverse**.

EXEMPLES.

$$\begin{aligned} L &= \frac{-3}{\frac{8}{9}} \\ &= \frac{-3}{8} \times \frac{9}{7} \\ &= \frac{-3 \times 9}{8 \times 7} \\ &= \frac{-27}{56} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} M &= \frac{5}{8} \div \frac{3}{9} \\ &= \frac{5}{8} \times \frac{9}{3} \\ &= \frac{5 \times 9}{8 \times 3} \\ &= \frac{45}{24} \\ &= \frac{15}{8} \end{aligned}$$