Chapitre n° 4 : Agrandissement et Réduction

I Définitions

Définition : *Agrandissement*

Agrandir une figure, c'est multiplier **toutes ses longueurs** par un même nombre k supérieur à 1.

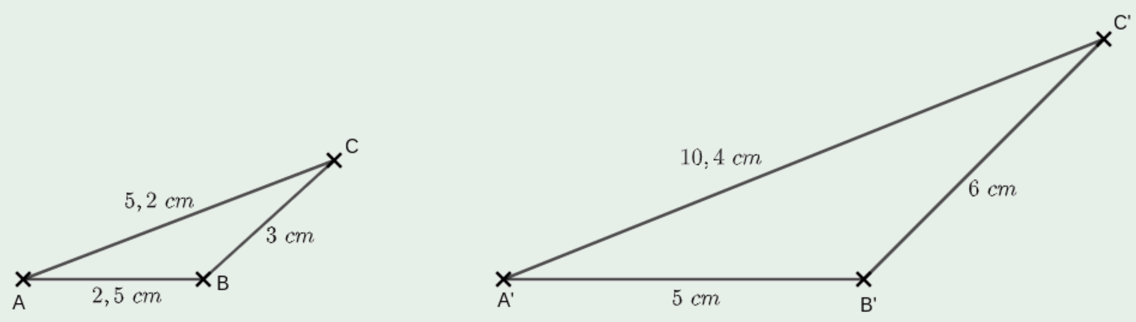
k est appelé ....

Définition : *Réduction*

Réduire une figure, c'est multiplier **toutes ses longueurs** par un même nombre k compris entre 0 et 1.

k est appelé ....

Exemple



- Le triangle $A'B'C'$ est un agrandissement de rapport .... du triangle ABC.
- Le triangle ABC est une réduction de rapport .... du triangle $A'B'C'$.

Remarques

Le coefficient k est le quotient suivant : ....

Les coefficients d'agrandissement et de réduction sont inverses l'un de l'autre.

Exemple

En considérant la figure de l'exemple précédent :

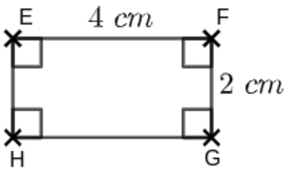
Coefficient d'agrandissement : ....

Coefficient de réduction : ....

EXERCICE D'APPLICATION

Soit $EFGH$ un rectangle tel que $EF = 4\ cm$ et $FG = 2\ cm$.

▶ Construire le rectangle $E'F'G'H'$, tel qu'il soit un agrandissement de $EFGH$ de rapport 3.



II Propriétés

1 Longueurs et angles

Propriété.

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k :

- les longueurs des deux figures sont proportionnelles ;
- les mesures d'angles sont conservées ;
- le parallélisme et l'alignement sont conservés.

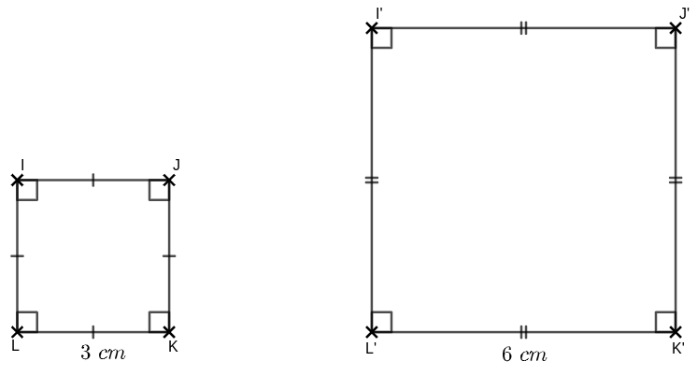
Exemple

Construire la réduction $ABCD$ de rapport $0,6$ du losange $ABCD$ tel que
$AB = 5\ cm$ et $\widehat{BAD} = 42°$.

2 Aires et volumes

Exemple introductif

$IJKL$ est un carré de côté 3 cm et $I'J'K'L'$ est un agrandissement de ce carré de rapport 2.



$\mathcal{A}_{IJKL} =$ ....

$\mathcal{A}_{I'J'K'L'} =$ ....

$\mathcal{A}_{IJKL} =$ ....

$\mathcal{A}_{I'J'K'L'} =$ ....

Propriété.
Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k les **aires** sont multipliées par ....

Exemple introductif

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 4 cm et $AB'C'D'E'F'G'H'$ est un agrandissement de rapport $2,5$.

On note :

$\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_{ABCDEFGH} =$ ....

$\mathcal{V}_2 = \mathcal{V}_{AB'C'D'E'F'G'H'} =$ ....

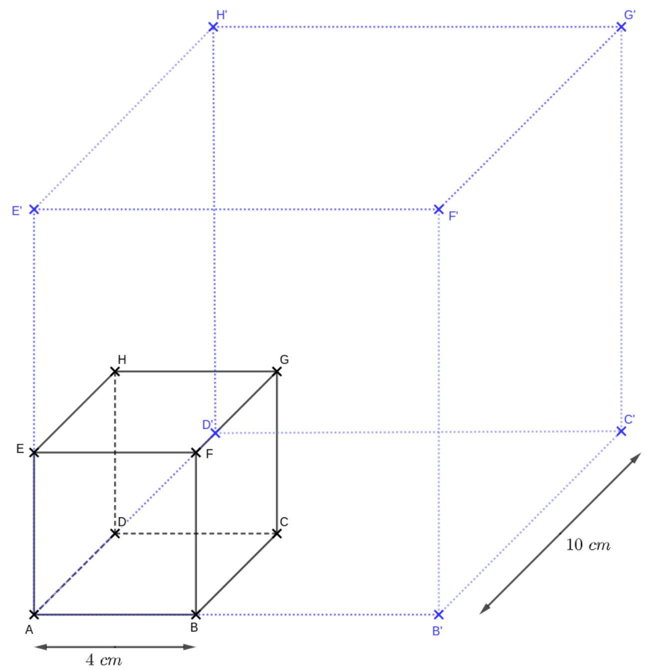
$\mathcal{V}_2 =$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

En effet : ....

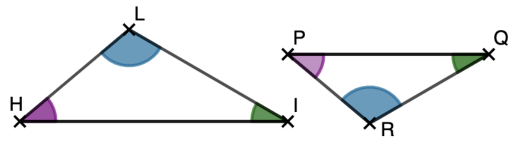


Propriété.
Dans un agrandissement ou une réduction les volumes sont multipliés par ....

III Triangles semblables

Définition :

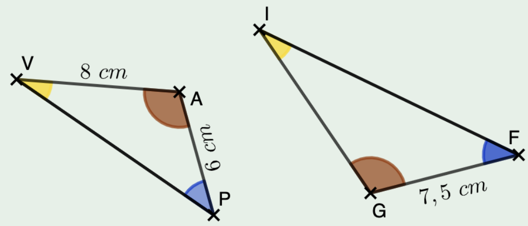
Des triangles semblables sont des triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.



Propriété.
Si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles

Exemple

▶ Déterminer la longueur GI.



Propriété. *Réciproque*
Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

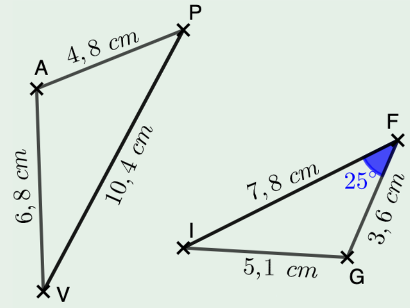
Remarque

Pour vérifier si des triangles sont semblables il faut vérifier les trois rapports de longueurs.

On regarde le rapport entre les deux plus grands côtés, les deux plus petits et celui du côté restant.

Exemple

1. Montrer que ces deux triangles sont semblables.

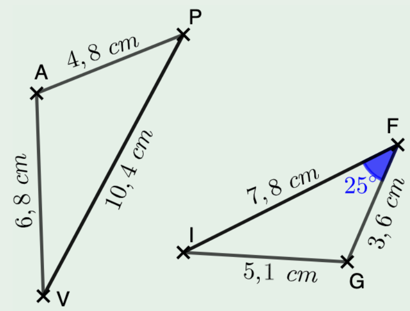


2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{APV}$.

3. Déterminer le coefficient de réduction et d'agrandissement.

Exemple

1. Montrer que ces deux triangles sont semblables.



2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{APV}$.

3. Déterminer le coefficient de réduction et d'agrandissement.