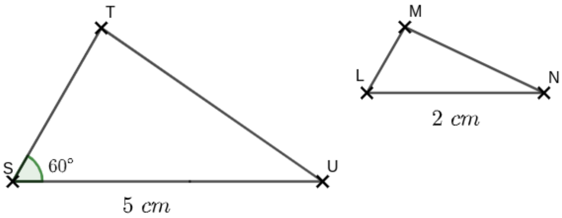
Chapitre 4

Agrandissement et Réduction : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

Le triangle LMN est une réduction du triangle STU.



1. Quel est le rapport de réduction ?

Il s'agit d'une réduction, on passe de STU à LMN.

$$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

On pense à vérifier : $5 \times 0,4 = 2$

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{MLN}$?

Lors d'une réduction les mesures d'angles sont conservées.
$\widehat{MLN} = \widehat{UST} = 60°$

3. Le triangle STU est un agrandissement du triangle LMN, quel est le rapport d'agrandissement ?

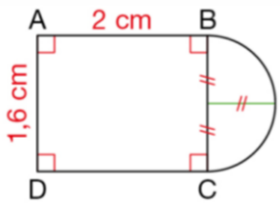
Il s'agit d'un agrandissement, on passe de LMN à STU.

$$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \frac{LN}{SU} = \frac{5}{2} = 2,5$$

On pense à vérifier : $2 \times 2,5 = 5$

Autre possibilité : Le rapport d'agrandissement est l'inverse du rapport de réduction.
L'inverse de $\frac{2}{5}$ est $\frac{5}{2}$

Exercice 2



► Construire un agrandissement de rapport 3 de cette figure.

Il suffit de multiplier toutes les longueurs de cette figure par 3.

$A'D' = 3 \times AD = 3 \times 1,6\ cm = 4,8\ cm$

...

Exercice 3

On considère deux rectangles $ABCD$ et $EFGH$ tels que $AB = 5\ cm$, $BC = 3\ cm$, $EF = 7,5\ cm$ et $FG = 5\ cm$.

► Le rectangle $ABCD$ est-il une réduction du rectangle $EFGH$?

→ *Faire un schéma* On vérifie si le coefficient de réduction est le même pour la longueur et pour la largeur.

Réduction, on passe de $EFGH$ à $ABCD$.

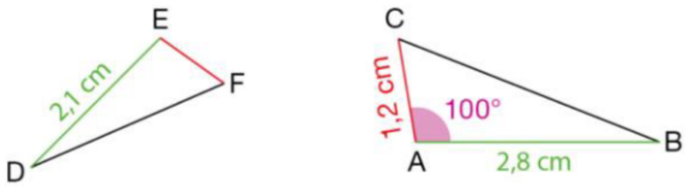
$$\frac{Longueur\ ABCD}{Longueur\ EFGH} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{Largeur\ ABCD}{Largeur\ EFGH} = \frac{3}{5}$$

Les coefficients ne sont pas les mêmes, $ABCD$ n'est donc pas une réduction de $EFGH$.

Exercice 4

Le triangle DEF est une réduction du triangle ABC.



1. **a)** Calculer le rapport k de réduction.

Réduction de ABC en EFD.

$$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \frac{ED}{AB} = \frac{2,1}{2,8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

b) Calculer la longueur du segment $[EF]$.

$EF = 0,75 \times CA = 0,75 \times 1,2\ cm = 0,9\ cm$

c) Donner la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

Lors d'une réduction les mesures d'angles sont conservées.
$\widehat{DEF} = \widehat{CAB} = 100°$

2. Le triangle ABC est un agrandissement du triangle DEF. Quel est le rapport d'agrandissement ?

Le rapport d'agrandissement est l'inverse du rapport de réduction.
L'inverse de $\frac{3}{4}$ est $\frac{4}{3}$.

Exercice 5

1. Construire un losange $RSTU$ de centre O tel que $RT = 4\ cm$ et $US = 6\ cm$.

→ *Faire un schéma*

Rappel : les diagonales d'un losange se coupent perpendiculairement en leur milieu (centre O).

2. Construire un losange $IJKL$ de centre O qui est un agrandissement à l'échelle $1,5$ du losange $RSTU$.

Il suffit de multiplier RT et US par 1,5 et refaire la construction précédente.

Exercice 6

1. Un rectangle a pour dimensions 15 cm et 12 cm. Calculer son périmètre.

$\mathscr{P} = 2\times(L+l) = 2\times(15+12) = 2\times 27 = 54\ cm$

2. Quel coefficient de réduction choisir pour obtenir un rectangle de 36 cm de périmètre ?

On cherche le coefficient k tel que $54\times k = 36$

$k = \dfrac{36}{54} = \dfrac{2}{3}$ On a bien : $54\times\dfrac{2}{3} = 36$

Exercice 7

1. $RSTF$ est un carré de périmètre 30 cm.
Une réduction de ce carré a pour côté 4 cm.

a) Quel est le rapport de réduction ?

Le périmètre du carré est de 30 cm,
donc il a pour côté $30\ cm \div 4 = 7,5\ cm$

$k = \dfrac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \dfrac{4}{7,5} = \dfrac{8}{15}$

b) Quel est l'aire du carré réduit ?

L'aire du carré réduit est : $c^2 = 4^2 = 16\ cm^2$

2. On réduit une figure dans le rapport 0,2.
Par combien est multipliée son aire ?

L'aire est multipliée par $0,2^2 = 0,04$

3. On agrandit un cube, son volume est multiplié par 27. Quel est le rapport d'agrandissement ?

Le rapport d'agrandissement est 3 car $3^3 = 27$

4. On réalise un agrandissement d'un disque dans le rapport 7. Par combien est multipliée son aire ?

L'aire est multipliée par $7^2 = 49$

Exercice 8

On considère un carré d'aire 20 cm^2.
Calculer, dans chaque cas, l'aire du nouveau carré :

1. Un agrandissement de rapport 1,5

$k^2 = 1,5^2 = 2,25$

$\mathscr{A} = 20\ cm^2\times k^2 = 20\ cm^2\times 2,25\ \boxed{= 45\ cm^2}$

2. Un agrandissement de rapport 7

$k^2 = 7^2 = 49$

$\mathscr{A} = 20\ cm^2\times k^2 = 20\ cm^2\times 49\ \boxed{= 980\ cm^2}$

3. Une réduction de rapport 0,5

$k^2 = 0,5^2 = 0,25$

$\mathscr{A} = 20\ cm^2\times k^2 = 20\ cm^2\times 0,25\ \boxed{= 5\ cm^2}$

4. Une réduction de rapport 0,75.

$k^2 = 0,75^2 = 0,5625$

$\mathscr{A} = 20\ cm^2\times k^2 = 20\ cm^2\times 0,5625\ \boxed{= 11,25\ cm^2}$

Exercice 9

Un pavé droit a pour dimensions $12\ dm\times 15\ dm\times 18\ dm$. Calculer, dans chaque cas, le volume du nouveau pavé droit.

Le volume de ce pavé droit est de :
$\mathcal{V} = 12\times 15\times 18 = 3\ 240\ cm^3$

1. Un agrandissement de rapport 3

$k^3 = 3^3 = 27$

$\mathcal{V} = 3\,240\ cm^3\times k^3 = 3\,240\ cm^3\times 27\ \boxed{= 87\ 480\ cm^3}$

2. Un agrandissement de rapport $\dfrac{6}{5}$

$k^3 = \left(\dfrac{6}{5}\right)^3 = \dfrac{216}{125}$

$\mathcal{V} = 3\,240\ cm^3\times k^3 = 3\,240\ cm^3\times\dfrac{216}{125}\ \boxed{= 5\ 598,72\ cm^3}$

3. Une réduction de rapport 0,5

$k^3 = 0,5^3 = 0,125$

$\mathcal{V} = 3\,240\ cm^3\times k^3 = 3\,240\ cm^3\times 0,125\ \boxed{= 405\ cm^3}$

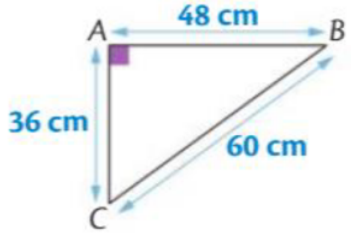
4. Une réduction de rapport $\dfrac{2}{5}$.

$k^3 = \left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \dfrac{8}{125}$

$\mathcal{V} = 3\,240\ cm^3\times k^3 = 3\,240\ cm^3\times\dfrac{8}{125}\ \boxed{= 207,36\ cm^3}$

Exercice 10

Camille agrandit les dimensions de ce triangle en les multipliant par 4.



► Proposer deux méthodes pour calculer l'aire de ce nouveau triangle.

Méthode 1 : $\mathscr{A}_{ABC} = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{48 \times 36}{2} = 864\ cm^2$

Le rapport d'agrandissement est 4 donc l'aire est multipliée par $4^2 = 16$

L'aire du nouveau triangle est $864 \times 16 = 13\ 824\ cm^2$

Méthode 2 :

La base et la hauteur du nouveau triangle sont multipliées par 4.

Notons b' et h' la base et la hauteur du nouveau triangle.

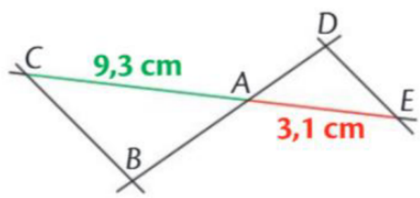
$b' = 48\ cm \times 4 = 192\ cm \qquad h' = 36\ cm \times 4 = 144\ cm$

L'aire du nouveau triangle est :

$$\mathscr{A} = \frac{b' \times h'}{2} = \frac{192 \times 144}{2} = 13\ 824\ cm^2$$

Exercice 11

Le triangle ABC est un agrandissement du triangle ADE.



► Par quel nombre faut-il multiplier l'aire de ADE pour obtenir l'aire de ABC ?

On cherche le coefficient d'agrandissement.

$$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \frac{AC}{AE} = \frac{9,3}{3,1} = 3$$

(on a bien $3,1 \times 3 = 9,3$)

L'aire de ADE doit être multipliée par $3^2 = 9$ pour obtenir l'aire de ABC.

Exercice 12

La maquette d'un avion de ligne est à l'échelle $\dfrac{1}{125}$

L'échelle $\dfrac{1}{125}$ signifie que la maquette est 125 fois plus petite que l'avion. Inversement l'avion est 125 fois plus grand que la maquette.

Coeff réduction : $\dfrac{1}{125}$ Coeff agrandissement : 125

1. La longueur de l'avion est 73 m.
Quelle est celle ce la maquette ?

$73\ m \div 125 = 0,584\ m = 58,4\ cm$

2. L'aire d'une aile de la maquette est $540,8\ cm^2$.
Quelle est la surface de l'aile (en m^2) de l'avion ?

$540,8\ cm^2 \times 125^2 = 8\ 450\ 000\ cm^2 = 8,45\ m^2$

3. Le réservoir de l'avion contient 310 000 L .
Quelle est la capacité (en cm^3) de celui de la maquette ?

$$310\ 000 \times \left(\frac{1}{125}\right)^3 = 0,158\ 72\ L = 158,72\ cm^3$$

Exercice 13

La maquette d'une voiture a une longueur de 6 cm et possède un toit panoramique d'aire 3,15 cm^2.

Le volume de ce modèle réduit est de 32 cm^3.

La voiture réelle étant un agrandissement de la maquette de coefficient 66, en déduire :

Coeff réduction : $\dfrac{1}{66}$ Coeff agrandissement : 66

1. La longueur réelle de la voiture (en m).

$6\ cm \times 66 = 396\ cm = 3,96\ m$

2. L'aire du toit panoramique de la voiture (en m^2).

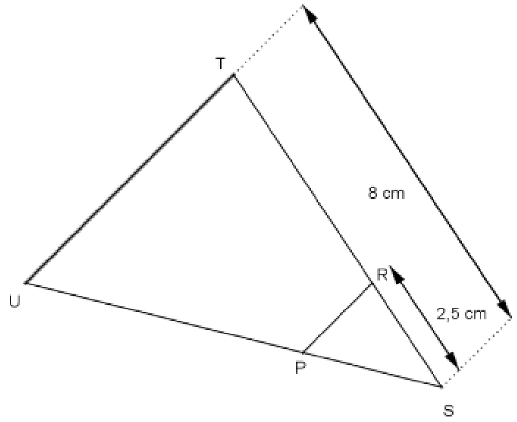
$3,15\ cm^2 \times 66^2 = 13\ 721,4\ cm^2 \simeq 1,37\ m^2$

3. Le volume de la voiture (en m^3).

$32\ cm^3 \times 66^3 = 9\ 199\ 872\ m^2 \simeq 9,2\ m^2$

Exercice 14

Cette figure représente un triangle STU qui est une réduction du triangle SRP, avec $R \in [ST]$ et $P \in [SU]$



1. Calculer le coefficient de réduction.

$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \frac{RS}{TS} = \frac{2,5}{8} = \frac{5}{16} = 0,3125$

2. En sachant que $RP = 1,6\ cm$, déterminer la longueur TU.

Le coefficient d'agrandissement est l'inverse du coefficient de réduction, soit $\frac{16}{5} = 3,2$.

Ainsi : $TU = RP \times 3,2 = 1,6\ cm \times 3,2 = 5,12\ cm$

Autre méthode :

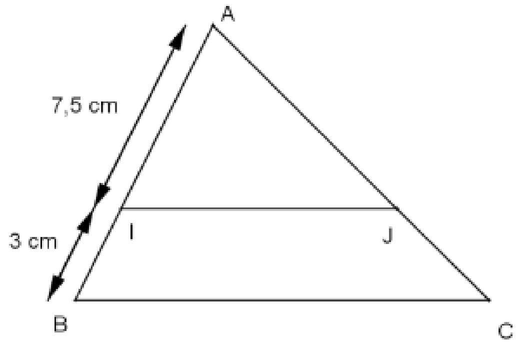
On sait que $TU \times 0,3125 = RP$
(En effet, le coefficient de réduction permet de passer de TU à RP)

Soit $TU \times 0,3125 = 1,6\ cm$

Donc : $TU = 1,6\ cm \div 0,3125 = 5,12\ cm$

Exercice 15

Cette figure représente un triangle AIJ qui est une réduction du triangle ABC, avec $I \in [AB]$ et $J \in [AC]$



1. Calculer le coefficient de réduction.

$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}} = \frac{AI}{AB} = \frac{7,5}{10,5} = \frac{5}{7}$

2. En sachant que $BC = 14,4\ cm$, déterminer la longueur IJ.

$IJ = BC \times k = BC \times \frac{5}{7} \simeq 10,3\ cm$

Exercice 16

Le volume de la tour de Pise est d'environ 4 128 m^3.

Léa en possède une maquette réduite d'un coefficient 0,02.

► Quel est le volume de sa maquette (en cm^3) ?

Le volume est multiplié par :
$0,02^3 = 0,000\ 008 = 8 \times 10^{-6}$

$4\ 128 \times 8 \times 10^{-6} = 0,033\ 024\ m^3 = 33\ 024\ cm^3$

Le volume de la maquette est de 33 024 cm^3.

Exercice 17

Isabelle possède un plan de son terrain, réduit d'un coefficient 0,0025.

Sur le plan l'aire du terrain est de 0,375 m^2.

► Déterminer la surface réelle du terrain.

On cherche le coefficient d'agrandissement pour passer de la surface sur le plan à la surface réelle.

Coeff réduction : 0,0025

Le coefficient d'agrandissement est l'inverse du coefficient de réduction.

Coeff réduction : $\frac{1}{0,0025} = 400$

La surface réelle est de $0,375 \times 400^2 = 60\ 000\ m^2$