Chapitre 5

Théorème de Pythagore : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

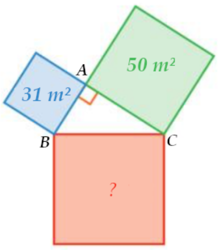
Triangle LKM : Ce triangle est rectangle en K, il est donc possible d'écrire l'égalité de Pythagore.
L'hypoténuse est $[LM]$, donc on a : $LM^2 = MK^2 + LK^2$

Triangle GHI : Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
$\widehat{HGI} = 180° - \widehat{GHI} - \widehat{HIG} = 180° - 53° - 37° = 90°$
Ce triangle est donc rectangle en G, il est alors possible d'écrire l'égalité de Pythagore.
L'hypoténuse est $[HI]$, donc on a : $HI^2 = GH^2 + GI^2$

Triangle EDF : Ce triangle est équilatéral, tous ses angles mesurent 60°.
Il n'est pas rectangle, on ne peut pas écrire l'égalité de Pythagore.

Triangle IJK : Ce triangle est isocèle mais nous n'avons aucune information concernant la mesure de ses angles.
On ne sait pas si ce triangle est rectangle ou non, on ne peut donc pas écrire l'égalité de Pythagore.

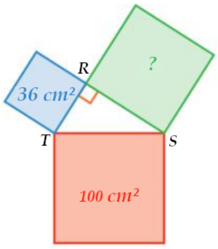
Exercice 2



Le triangle ABC est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= 31 + 50 \\ BC^2 &= 81 \end{aligned}$$

Comme BC est une longueur $BC > 0$
Ainsi : $BC = \sqrt{81} = 9\ m$



Le triangle RTS est rectangle en R.
D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} RS^2 + RT^2 &= TS^2 \\ RS^2 + 36 &= 100 \end{aligned}$$

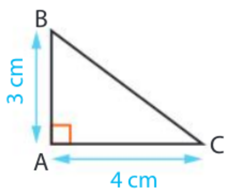
Donc :

$$\begin{aligned} RS^2 &= 100 - 360 \\ RS^2 &= 64 \end{aligned}$$

Comme RS est une longueur $RS > 0$
Ainsi : $RS = \sqrt{64} = 8\ cm$

Exercice 3

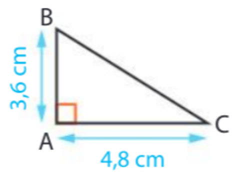
Déterminer la longueur manquante dans chacun des trois triangles ci-dessous :



Dans le triangle ABC rectangle en A,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= 4^2 + 3^2 \\ BC^2 &= 16 + 9 \\ BC^2 &= 25 \end{aligned}$$

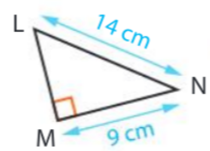
Comme BC est une longueur $BC > 0$.
Donc : $BC = \sqrt{25} = 5\ cm$



Dans le triangle ABC rectangle en A,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= 3,6^2 + 4,8^2 \\ BC^2 &= 12,96 + 23,04 \\ BC^2 &= 36 \end{aligned}$$

Comme BC est une longueur $BC > 0$.
Donc : $BC = \sqrt{36} = 6\ cm$



Dans le triangle LMN rectangle en M,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} LN^2 &= MN^2 + LM^2 \\ 14^2 &= 9^2 + LM^2 \\ 196 &= 81 + LM^2 \\ LM^2 &= 196 - 81 \\ LM^2 &= 115 \end{aligned}$$

Comme LN est une longueur $LN > 0$.
Donc : $BC = \sqrt{115} \simeq 10,7\ cm$

Exercice 4

1. Soit FBQ un triangle rectangle en F tel que :

$$FB = 15\ cm \quad \text{et} \quad FQ = 8\ cm$$

Calculer la longueur BQ.

Dans le triangle FBQ rectangle en F,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} QB^2 &= FQ^2 + FB^2 \\ QB^2 &= 8^2 + 15^2 \\ QB^2 &= 64 + 225^2 \\ QB^2 &= 289 \end{aligned}$$

Comme LN est une longueur $QB > 0$.

Donc : $QB = \sqrt{289} = 17\ cm$

2. Soit MIZ un triangle rectangle en I tel que :

$$ZM = 12\ cm \quad \text{et} \quad ZI = 9,6\ cm$$

Calculer la longueur MI.

Dans le triangle MIZ rectangle en I,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} ZM^2 &= ZI^2 + MI^2 \\ 12^2 &= 9,6^2 + MI^2 \\ 144^2 &= 92,16 + MI^2 \\ MI^2 &= 144 - 92,16 \\ MI^2 &= 51,84 \end{aligned}$$

Comme MI est une longueur $MI > 0$.

Donc : $MI = \sqrt{51,84} = 7,2\ cm$

3. Soit IJK un triangle rectangle en I tel que :

$$IJ = 14\ cm \quad \text{et} \quad JK = 16,8\ cm$$

Calculer la longueur KI.

Dans le triangle IJK rectangle en I,
le théorème de Pythagore s'écrit :

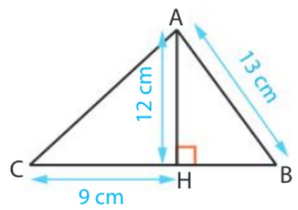
$$\begin{aligned} JK^2 &= IJ^2 + KI^2 \\ 16,8^2 &= 14^2 + KI^2 \\ 282,24 &= 196 + KI^2 \\ KI^2 &= 282,24 - 196 \\ KI^2 &= 86,24 \end{aligned}$$

Comme KI est une longueur $KI > 0$.

Donc : $KI = \sqrt{86,24} \simeq 9,3\ cm$

Exercice 5

► Calculer l'aire du triangle ABC.



Aire d'un triangle : $\dfrac{base \times hauteur}{2}$

Base : CB

Hauteur : $[AH]$

Il faut déterminer la longueur CB, il nous manque la longueur BH.

Dans le triangle ABH rectangle en H,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ 13^2 &= 12^2 + BH^2 \\ 169 &= 144 + BH^2 \\ BH^2 &= 169 - 144 \\ BH^2 &= 15 \end{aligned}$$

Comme BH est une longueur $BH > 0$.

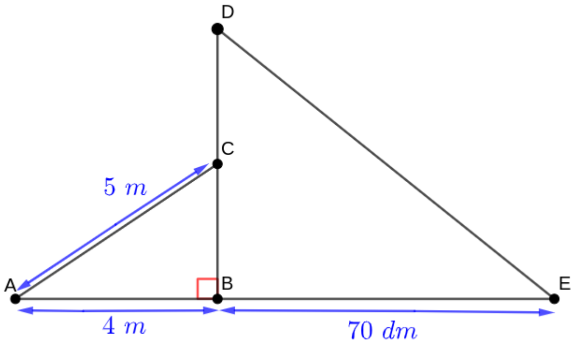
Donc : $BH = \sqrt{25} = 5\ cm$.

$$CB = CH + HB = 9 + 5 = 14$$

$$\mathscr{A} = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{14 \times 12}{2} = 84\ cm^2$$

Exercice 6

Sur le dessin ci-dessous, les points A, B et E sont alignés et C est le milieu de $[BD]$



1. Déterminer la longueur de $[BD]$.

Pour déterminer la longueur BD il faut déterminer la longueur BC.
Comme C est le milieu de $[BD]$ alors $BD = 2 \times BC$.

Dans le triangle ABC rectangle en B,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + CB^2 \\ 5^2 &= 4^2 + CB^2 \\ 25 &= 16 + CB^2 \\ CB^2 &= 25 - 16 \\ CB^2 &= 9 \end{aligned}$$

Comme CB est une longueur $CB > 0$.
Donc : $CB = \sqrt{9} = 3\ cm$

Ainsi : $BD = 2 \times BC = 2 \times 3 = 6\ cm$.

2. Quel est la nature du triangle BED ?

A, B et E sont alignés donc $\widehat{ABE} = 180°$

$\widehat{DBE} = 180 - \widehat{ABC} = 180° - 90° = 90°$

Donc BED est un triangle rectangle en B.

3. En déduire la longueur de $[DE]$.

$70\ dm = 7\ m$

Dans le triangle DEB rectangle en B,
le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} DE^2 &= DB^2 + EB^2 \\ DE^2 &= 6^2 + 7^2 \\ DE^2 &= 36 + 49 \\ DE^2 &= 85 \end{aligned}$$

Comme DE est une longueur $DE > 0$.
Donc : $DE = \sqrt{85} \simeq 9,2\ cm$

Exercice 7

Pour la correction de cet exercice, voir la vidéo ci-dessous.

https://www.youtube.com/watch?v=sz7gSnPuHGg

Exercice 8

Pour vérifier si le triangle ABC est isocèle ou équilatéral, il faut déterminer les longueurs AC et BC.

Déterminons AC :

Le triangle ADC est rectangle en D.

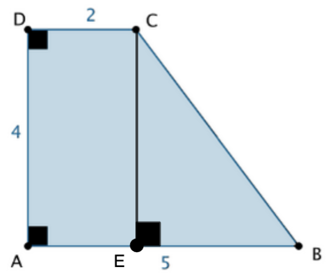
D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 &= DC^2 + DA^2 \\ AC^2 &= 2^2 + 4^2 \\ AC^2 &= 4 + 16 \\ AC^2 &= 20 \end{aligned}$$

Comme AC est une longueur, $AC > 0$
Donc : $AC = \sqrt{20} \simeq 4,7\ cm$

On peut déjà affirmer que le triangle ABC n'est pas équilatéral car $AC \neq AB$

Déterminons BC : Pour déterminer BC, on trace la perpendiculaire à (AB) passant par C.
On note E le point d'intersection obtenu.



$CE = AD = 4$ et $EB = AB - ED = 5 - 2 = 3$

Le triangle BCE est rectangle en E.

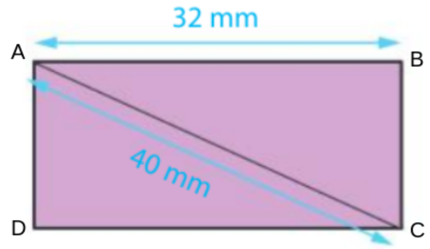
D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} BC^2 &= CE^2 + EB^2 \\ BC^2 &= 4^2 + 3^2 \\ BC^2 &= 16 + 9 \\ BC^2 &= 25 \end{aligned}$$

Comme BC est une longueur, $BC > 0$
Donc : $BC = \sqrt{25} = 5\ cm$

Le triangle ABC est isocèle en B car $AB = BC = 5$

Exercice 9



Déterminer le périmètre et l'aire de ce rectangle.

Indications pour la correction :

- Commencer par nommer les sommets du rectangle ;
- Pour déterminer le périmètre et l'aire du rectangle nous avons besoin de sa largeur.

$ABCD$ est un rectangle donc ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + CB^2 \\ 40^2 &= 32^2 + CB^2 \\ 1\ 600 &= 1\ 024 + CB^2 \\ CB^2 &= 1\ 600 - 1\ 024 \\ CB^2 &= 576 \end{aligned}$$

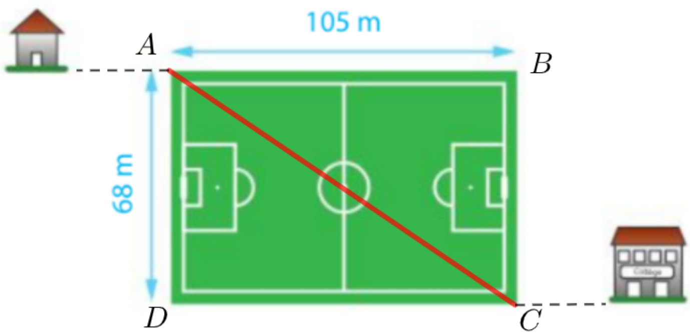
Comme CB est une longueur $CB > 0$.
Donc : $CB = \sqrt{576} = 34\ cm$

$\mathscr{P}_{ABCD} = 2 \times (L + l) = 2 \times (32 + 24) = 112\ mm$

$A_{ABCD} = L \times l = 32 \times 24 = 768\ mm^2$

Exercice 10

Pour aller de la maison au collège, Paul doit parcourir $800m$ en contournant le stade de foot.



De combien pourrait-il diminuer son trajet en passant par la diagonale de ce stade ?

Le terrain de foot a une forme rectangulaire.

La diagonale du stade est le segment $[AC]$ sur le dessin ci-dessus.

On cherche donc la longueur AC dans le triangle ABC rectangle en B.

Le triangle ABC est rectangle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ 105^2 + 68^2 &= AC^2 \\ 11\ 0254\ 624 &= AC^2 \\ 15\ 649 &= AC^2 \end{aligned}$$

Comme AC est une longueur $AC > 0$.
Donc : $AC = \sqrt{11\ 649} \simeq 125\ m$.

Lorsqu'il contourne le stade, Paul parcourt $105 + 68 = 173\ m$.

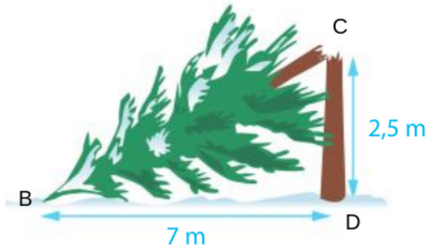
S'il passe par la diagonale, il parcourra $125\ m$ au lieu de $173\ m$.

Il diminue alors son trajet de $173 - 125 = 48\ m$.

En passant par la diagonale de ce stade, Paul diminuera son trajet d'environ $48\ m$.

Exercice 11

Après une tempête cet arbre se brise :



Quelle était la hauteur de cet arbre avant la tempête ?

On suppose que cette arbre était perpendiculaire au sol.

La hauteur de l'arbre avant qu'il ne se brise s'obtient en ajoutant les longueurs DC et CB.

On connaît déjà la longueur BC, déterminons la longueur CD.

Dans le triangle BCD rectangle en D, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} BD^2 + CD^2 &= BC^2 \\ 7^2 + 2,5^2 &= BC^2 \\ 49 + 6,25 &= BC^2 \\ 55,25 &= BC^2 \end{aligned}$$

Comme BC est une longueur, $BC = \sqrt{55,25} \simeq 7,43\ m$

$BC + CD = 7,43 + 2,5 = 9,93$

La hauteur de l'arbre avant qu'il ne se brise était d'environ 9,93 m