Cours de Mathématiques

Chapitre n°4 : Droites perpendiculaires et parallèles

Niveau : Sixième

Année scolaire

2024 - 2025

Notions abordées :

- Droites perpendiculaires et parallèles ;
- Propriétés ;
- Projeté orthogonal ;
- Polygones et polygones particuliers (triangle rectangle, rectangle, carré et losange).

Compétences évaluées :

- Construire des droites perpendiculaires et parallèles ;
- Connaître les relations entre perpendicularité et parallélisme (propriétés) ;
- Déterminer le plus court chemin entre un point et une droite ;
- Connaître et savoir estimer la distance entre un point et une droite ;
- Construire un triangle rectangle, un rectangle, un carré.

Chapitre n°4 : Droites perpendiculaires et parallèles

Table des matières

I Droites sécantes **2**

II Droites perpendiculaires **2**
1 Définition 2
2 Construction 2

III Droites parallèles **3**
1 Définition 3
2 Construction 3

IV Propriétés **3**
1 Énoncés 3
2 Exercice de démonstration 4

V Distance **5**
1 Droite et point 5
2 Droites parallèles 5

VI Polygones particuliers **5**
1 Définition 5
2 Triangles 6
3 Quadrilatères 6

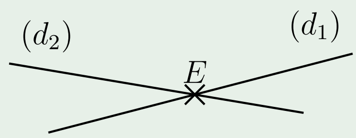
Chapitre n°4 : Droites perpendiculaires et parallèles

I Droites sécantes

Définition :

Des droites sécantes sont des droites qui se coupent en un seul point appelé point d'intersection.

Exemple



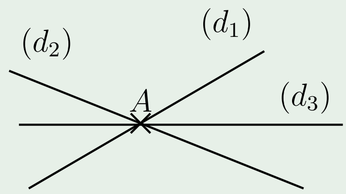
(d_1) et (d_2) sécantes en E

E est le point d'intersection de (d_1) et (d_2)

Définition :

Des droites concourantes sont des droites qui ont un point d'intersection commun. Ce point est appelé point de concours.

Exemple



(d_1), (d_2) et (d_3) sont concourantes en A

A est le point de concours de (d_1), (d_2) et (d_3)

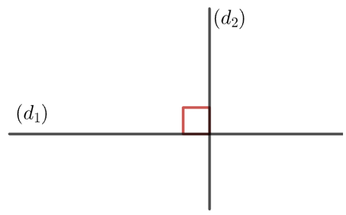
II Droites perpendiculaires

1 Définition

Définition :

On dit que deux droites sont perpendiculaires si elles sont sécantes en formant un angle droit.

On dit (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires et on note $(d_1)\perp(d_2)$.
On code l'angle droit par un carré.

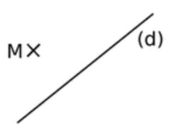


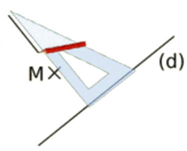
2 Construction

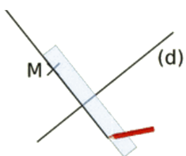
Propriété.
Soit (d) une droite et A un point. Il existe une unique droite perpendiculaire à (d) passant par A.

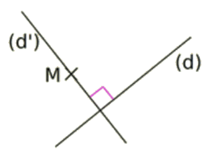
Méthode

Construire la perpendiculaire à (d) passant par M.









On place un des côtés de l'angle droit sur la droite (d) et l'autre côté sur le point M.

On prolonge la droite

III Droites parallèles

1 Définition

Définition :

On dit que deux droites sont parallèles si elles ne sont pas sécantes.

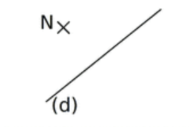
Si (d_1) et (d_2) sont parallèles, on note $(d_1)/\!\!/(d_2)$.

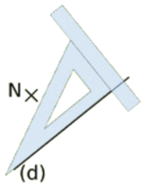
2 Construction

Propriété.
Soit (d) une droite et A un point. Il existe une unique droite parallèle à (d) passant par A.

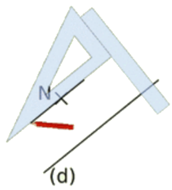
Méthode

Construire la parallèle à (d) passant par M.

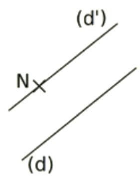




On place un des côtés de l'angle droite sur la droite (d) et la règle sur l'autre côté de l'angle droite.



On fait coulisser l'équerre le long de la règle jusqu'au point N.

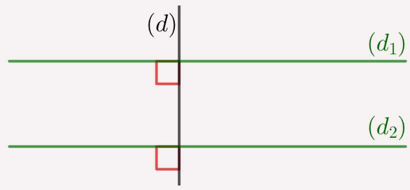


IV Propriétés

1 Énoncés

Propriété.

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite **alors** ces deux droites sont parallèles.



On a : $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$ Donc : $(d_1) /\!\!/ (d_2)$

Remarque : C'est cette propriété qui nous permet de construire des droites parallèles avec une équerre.

Démonstration

Supposons que (d_1) et (d_2) ne soient pas parallèles.
Alors elles seraient sécantes en un point A, et on aurait 2 droites passant par A et perpendiculaires à la droite (d).

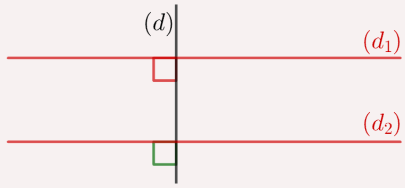
Or, il n'y a qu'une seule droite qui soit perpendiculaire à (d) et qui passe par le point A.

Notre supposition est **absurde**.

Donc : (d_1) et (d_2) sont parallèles.

PROPRIÉTÉ.

Si deux droites sont parallèles **alors** toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.



<u>On a :</u> $(d_1) /\!/ (d_2)$ et $(d_1) \perp (d)$ <u>Donc :</u> $(d_2) \perp (d)$

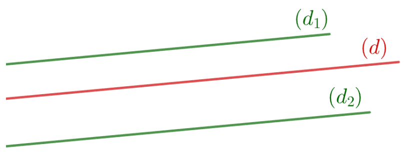
PROPRIÉTÉ. *Transitivité du parallélisme*

Si deux droites sont parallèles **alors** toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

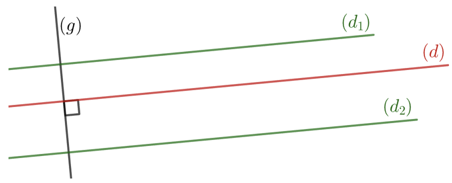
<u>On a :</u> $(d_1) /\!/ (d)$ et $(d_2) /\!/ (d)$ <u>Donc :</u> $(d_1) /\!/ (d_2)$

Démonstration

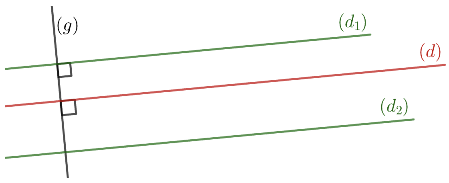
<u>On a :</u> $(d_1) /\!/ (d)$ et $(d_2) /\!/ (d)$



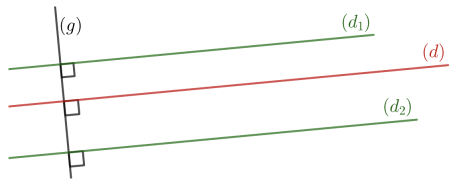
On construit la droite (g) perpendiculaire à (d)



Comme $(d_1) /\!/ (d)$
Alors d'après la propriété 2 $(g) \perp (d_1)$



Comme $(d_2) /\!/ (d)$
Alors d'après la propriété 2 $(g) \perp (d_2)$

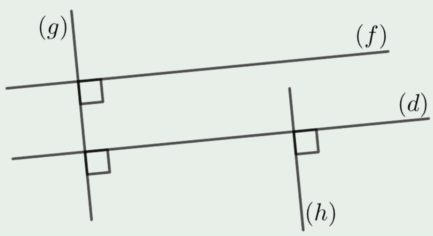


<u>Ainsi :</u> $(g) \perp (d_1)$ et $(g) \perp (d_2)$ (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à une même droite

<u>Ainsi :</u> d'après la propriété 1 on a $(d_1) /\!/ (d_2)$

2 EXERCICE DE DÉMONSTRATION

Exemple



1. Montrer que (g) et (h) sont parallèles.

<u>On a :</u> $(h) \perp (d)$ et $(g) \perp (d)$

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

<u>Donc :</u> $(h) /\!/ (g)$

2. En déduire que (h) et (f) sont perpendiculaires.

<u>On a :</u> $(h) /\!/ (g)$ et $(g) \perp (f)$

Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

<u>Donc :</u> $(h) \perp (f)$

V Distance

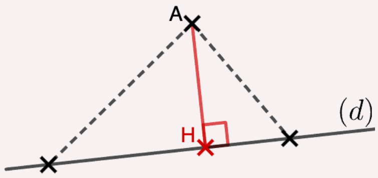
1 Droite et point

Définition :

La distance d'un point A à une droite (d) est la plus courte distance séparant A d'un point de (d).

Propriété.

La distance d'un point A à une droite (d) est égale à la longueur du segment $[AH]$ où H est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par A.



2 Droites parallèles

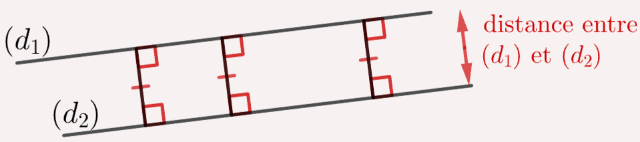
Définition :

La distance entre deux droites parallèles correspond à la longueur du plus court segment de droite qui les sépare.

Propriété.

Si deux droites sont parallèles, tous les segments reliant ces deux droites perpendiculairement sont de même longueur.

Cette longueur est la distance entre ces deux droites.

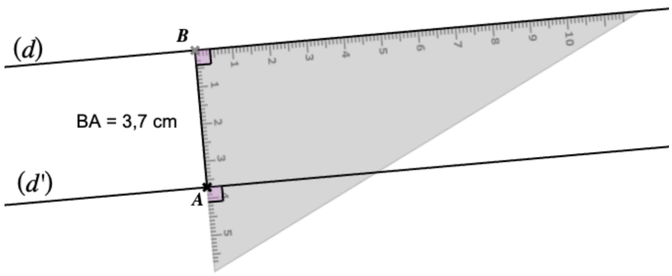


Méthode

(d) et (d') sont parallèles.

La distance entre A et (d) est de 3,7 cm.

La distance entre (d) et (d') est de 3,7 cm.

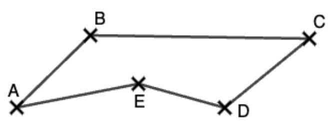


VI Polygones particuliers

1 Définition

Définition :

Un polygone est une figure fermée dont les côtés sont des segments.

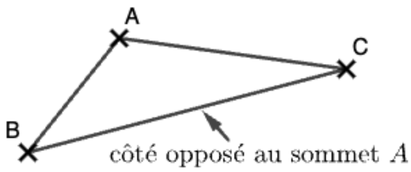


2 Triangles

Définition :

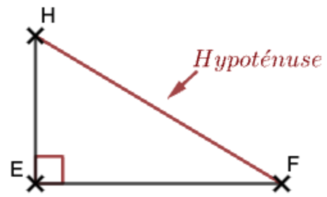
Un triangle et un polygone qui a trois côtés.

Dans un triangle, les trois points sont appelés les sommets du triangle.



Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.

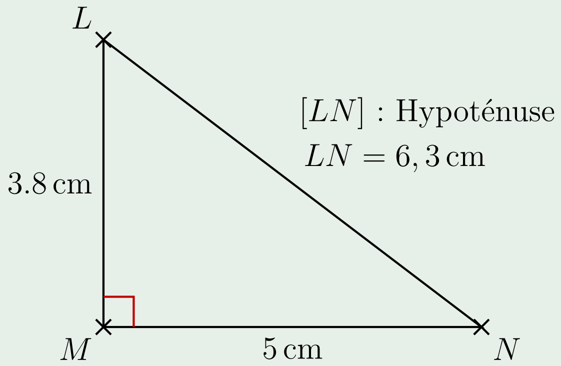


Exemple

1. Construire un triangle MNL rectangle en M tel que :

$$MN = 5\ cm \quad \text{et} \quad ML = 3,8\ cm$$

2. Indiquer où se trouve l'hypoténuse et donner sa longueur.



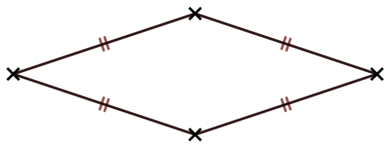
3 Quadrilatères

Définition :

Un quadrilatère est un polygone à 4 côtés.

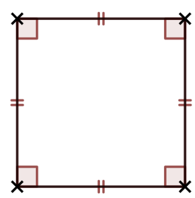
Définitions :

Un losange est un quadrilatère dont les 4 côtés ont la même longueur.



Un rectangle est un quadrilatère dont les 4 angles sont droits.

Un carré est un quadrilatère dont les 4 côtés ont la même longueur et dont les 4 angles sont droits.



Propriété.

- Dans un losange :

Les diagonales se coupent perpendiculairement.

- Dans un rectangle :

-Les diagonales sont de même longueur.

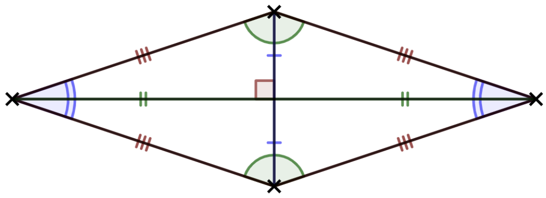
-Les côtés opposés sont de même longueur

- Dans un carré :

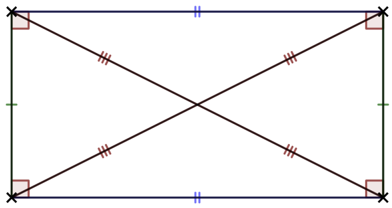
Les diagonales sont de même longueur et se coupent perpendiculairement.

Schéma récapitulatif

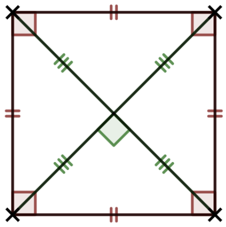
Losange



Rectangle

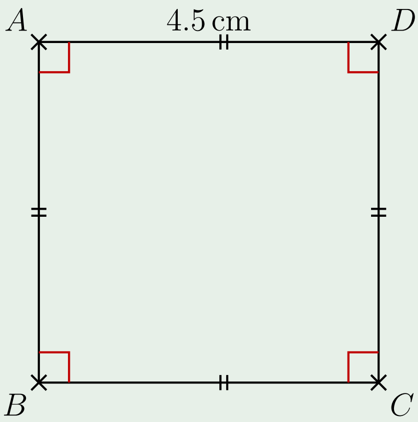


Carré

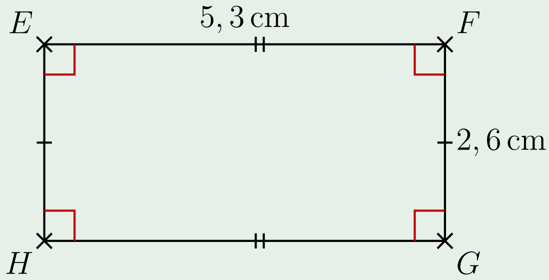


Exemples

1. Construire un carré $ABCD$ tel que $AB = \ 4,5\ cm$



2. Construire un rectangle $EFGH$ tel que $EF = 5,3\ cm$ et $FG = 2,6\ cm$



3. Construire un losange $RSTU$ de centre O tel que :

$RT = 8\ cm$ et $SU = 4,6\ cm$