

# Contrôle de *Mathématiques* - Correction

Durée : 55 Minutes

Date : Lundi 30 septembre 2024

Compétences	MI	MF	MS	TBM
Savoir utiliser le théorème de Pythagore				
Calculer le périmètre d'une figure				
Calculer l'aire d'une figure				
Calculer le volume d'un solide				
Expliquer sa démarche et présenter ses résultats (1 point)				

*Le sujet comporte une page recto-verso et quatre exercices indépendants pouvant être traités dans n'importe quel ordre. Calculatrice autorisée.*

*Chaque résultat doit être justifié et la précision des réponses sera un élément de notation.*

*Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans la notation.*

## Exercice 1

7 points

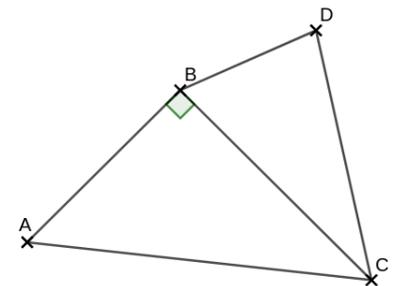
La figure suivante représente deux triangles :  $ABC$  et  $DBC$ .

Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

De plus, on a :

$$AC = 5,5 \text{ cm} \quad AB = 3,3 \text{ cm}$$

$$BD = 1,7 \text{ cm} \quad DC = 3,9 \text{ cm}$$



1. Montrer que  $BC = 4,4 \text{ cm}$ .

Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $B$ , le théorème de Pythagore s'écrit :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$5,5^2 = 3,3^2 + BC^2$$

$$30,25 = 10,89 + BC^2$$

$$BC^2 = 30,25 - 10,89$$

$$BC^2 = 19,36$$

Comme  $BC$  est une longueur,  $BC > 0$  donc  $BC = \sqrt{19,36} = 4,4 \text{ cm}$

2. Le triangle  $BDC$  est-il rectangle ?

Dans le triangle  $BCD$  le côté le plus long est  $[BC]$ .

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } BC^2 &= 4,4^2 \\ &= 19,36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } BD^2 + DC^2 &= 1,7^2 + 3,9^2 \\ &= 2,89 + 15,21 \\ &= 18,1 \end{aligned}$$

On a :  $BC^2 \neq BD^2 + DC^2$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle  $BCD$  n'est pas rectangle.

3. Quelle est l'aire du triangle  $ABC$  ?  $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2} = \frac{3,3 \times 4,4}{2} = 7,26 \text{ cm}^2$

## Exercice 2

7 points

Denise constate que son ballon d'eau chaude fuit.

En observant les gouttes tomber, elle constate que deux gouttes tombent toutes les secondes.  
Denise doit s'absenter, elle se rend dans sa cuisine et sort du placard les deux plats ci-dessous.

1. Quel plat doit-elle choisir pour mettre sous son ballon d'eau chaude afin que celui-ci déborde le plus tard possible ?

Il faut choisir le plat ayant la plus grande contenance.

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\text{plat 1}} &= L \times l \times h \\ &= 35 \times 20 \times 10 \\ &= 7\,000 \text{ cm}^3 \\ &= 7 \text{ L}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\text{plat 2}} &= \pi \times r^2 \times h \\ &= \pi \times 14^2 \times 11,4 \\ &\simeq 7\,020 \text{ cm}^3 \\ &= 7,02 \text{ L}\end{aligned}$$

Plat 1

Longueur : 35 cm Largeur : 20 cm Hauteur : 10 cm

Plat 2

Rayon : 14 cm Hauteur : 11,4 cm

Elle doit choisir le plat n°2.

Information : 20 gouttes = 1 mL

2. Denise va manger et dormir chez des amis le samedi soir, elle compte partir de chez elle ce même samedi à 17 h.

En supposant que le débit reste constant, si elle positionne le plat ayant la plus grande contenance, avant quelle heure doit-elle rentrer afin d'éviter qu'il ne déborde ?

D'après la question précédente, elle doit positionner le plat n°2 qui a une contenance d'environ 7,02 L.  
Soit 7 020 mL.

$$20 \text{ goutte} : 1 \text{ mL} \quad \text{donc} \quad 7\,020 \text{ mL} = 7\,020 \times 20 = 140\,400 \text{ gouttes.}$$

Deux gouttes par seconde donc 140 400 gouttes tombent en  $140\,400 \div 2 = 70\,200 \text{ s}$

$$1 \text{ h} = 60 \times 60 \text{ s} = 3\,600 \text{ s}$$

$$70\,200 \text{ s} \div 3\,600 = 19,5 \text{ h} \quad \text{c'est-à-dire } 19\text{h et } 30 \text{ minutes.}$$

Le plat sera rempli en 19h30.

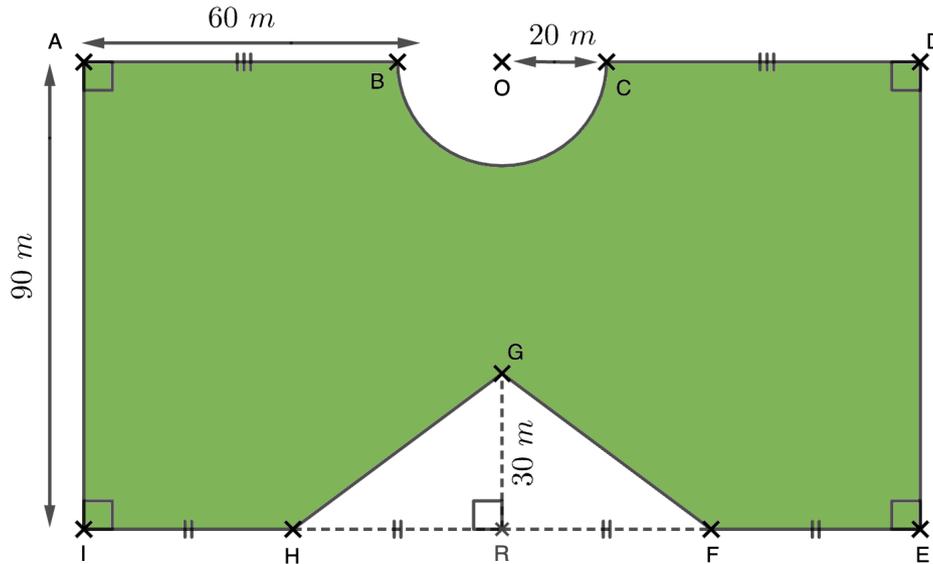
Elle doit donc rentrer chez elle avant 12h30 le lendemain.

### Exercice 3

14 points

Voici un schéma du jardin du château du comte *DelForge*.

$ADEI$  est un rectangle.



1. a. Déterminer la longueur  $AD$ .  $AD = AB + BC + DC = 60 + 40 + 60 = 160 \text{ m}$   
 b. En déduire les longueurs  $HR$  et  $RF$ . D'après le codage :  $HR = RF = 160 \text{ m} \div 4 = 40 \text{ m}$

2. Montrer que la longueur  $GH$  est de 50 mètres.

Le triangle  $GHR$  est rectangle en  $R$ , d'après le théorème de Pythagore :

$$GH^2 = GR^2 + HR^2$$

$$GH^2 = 30^2 + 40^2$$

$$GH^2 = 900 + 1\,600$$

$$GH^2 = 2\,500 \quad \text{Comme } GH \text{ est une longueur, } GH > 0 \text{ donc } GH = \sqrt{2\,500} = 50 \text{ m}$$

3. Quel est le périmètre de ce jardin ? Donner le résultat en mètre et arrondir à l'unité.

Segments :  $60 \times 2 + 90 \times 2 + 40 \times 2 + 50 \times 2 = 480 \text{ m}$      Demi-cercle :  $\frac{\pi \times 2 \times r}{2} = \frac{\pi \times 2 \times 20}{2} \simeq 63 \text{ m}$

Ainsi :  $\mathcal{P} = 480 + 63 = 543 \text{ m}$

Le périmètre de ce jardin est d'environ 543 mètres.

4. Quelle est l'aire de ce jardin ? Donner le résultat en  $\text{m}^2$  et arrondir à l'unité.

$$\mathcal{A}_{\text{jardin}} = \mathcal{A}_{\text{rectangle}} - \mathcal{A}_{\text{demi-disque}} - \mathcal{A}_{\text{triangle}}$$

$$= L \times l - \frac{\pi \times r^2}{2} - \frac{b \times h}{2}$$

$$= 90 \times 160 - \frac{\pi \times 20^2}{2} - \frac{80 \times 30}{2}$$

$$\simeq 14\,400 - 628 - 1\,200$$

$$= 12\,572$$

La surface du jardin est d'environ  $12\,572 \text{ m}^2$ .

5. Que peut-on dire de l'affirmation suivante :

« Le surface du jardin du comte *Delforge* est plus grande que celle de deux terrains de foot ! »

*Information* : Un terrain de foot :  $0,7 \text{ ha}$ . La surface d'un terrain de foot est de  $0,7 \text{ ha}$  soit  $7\,000 \text{ m}^2$ .

Donc deux terrains de foot :  $0,7 \text{ ha} \times 2 = 1,4 \text{ ha} = 14\,000 \text{ m}^2$

D'après la question précédente, la surface du jardin est de  $12\,572 \text{ m}^2$ , l'affirmation est donc **fausse**.

Isabelle possède une piscine ayant une forme de pavé droit.

Elle fait 5 mètres de long et 3 mètres de large pour une profondeur de 2 mètres.

1. Déterminer le volume de cette piscine.

$$V = L \times l \times h = 5 \times 3 \times 2 = 30 \text{ m}^3$$

Le volume de cette piscine est de  $30 \text{ m}^3$ .

2. Isabelle souhaite remplir sa piscine mais se demande combien cela lui coûtera.

a. En supposant qu'elle remplisse complètement cette piscine, combien de litres d'eau seront nécessaires ?

$$30 \text{ m}^3 = 30\,000 \text{ L} \quad 30\,000 \text{ litres d'eau seront nécessaires.}$$

b. La compagnie des eaux lui facture 3,60 euros par mètre cube d'eau, combien cela lui coûtera-t-il de la remplir ?

$$30 \times 3,6 = 108 \quad \text{Elle paiera 108 euros pour remplir sa piscine.}$$

3. Isabelle remplit sa piscine le 1<sup>er</sup> juillet.

Durant l'été, en moyenne, le niveau d'évaporation de l'eau atteint 1 cm par jour.

a. Quel est le volume d'eau qui s'évapore en moyenne chaque jour en été ?

$$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$0,01 \times 5 \times 3 = 0,15 \text{ m}^3$$

Chaque jour il s'évapore  $0,15 \text{ m}^3$  d'eau.

b. Isabelle décide de rajouter de l'eau toutes les semaines pour remplir de nouveau sa piscine, combien paiera-t-elle en plus si elle fait ça jusqu'au 31 août (soit environ 8 semaines) ?

Chaque jour il s'évapore  $0,15 \text{ m}^3$  d'eau.

$$8 \text{ semaines} : 8 \times 7 = 56 \text{ jours.}$$

$$0,15 \times 56 = 8,4 \text{ m}^3 \quad \text{Pendant l'été il s'évaporerait en tout } 8,4 \text{ m}^3 \text{ d'eau.}$$

$$8,4 \times 3,6 = 30,24$$

Remplir sa piscine pendant tout l'été lui coûtera 30,24 euros.