Contrôle de *Mathématiques* - Correction

Durée : 55 Minutes Date : Lundi 18 novembre 2024

Compétences	MI	MF	MS	TBM
Résoudre des problèmes utilisant la proportionnalité : agrandissement réduction				
Calculer et déterminer un pourcentage				
Expliquer sa démarche et présenter ses résultats				

*Le sujet comporte une page recto-verso et cinq exercices indépendants pouvant être traités dans n'importe quel ordre. Calculatrice **autorisée**.*

*Chaque résultat doit être **jusifié** et la précision des réponses sera un élément de notation.*

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1

7 points

André possède un terrain de forme rectangulaire, son voisin Éric possède aussi un terrain rectangulaire mais 3,5 fois plus grand.

1. En sachant que le périmètre du terrain d'André est de 92 m, vérifier que celui du terrain d'Éric a un périmètre de 322 m.

Lors d'un agrandissement de rapport k, les longueurs sont multipliées par k et donc le périmètre aussi.

Ainsi l'aire du terrain d'Éric est de $92 \times 3,5 \ = \ 322$

2. En sachant que la longueur du terrain d'Éric est de 105 m, déterminer la longueur du terrain d'André.

Le coefficient d'agrandissement est de $3,5 = \dfrac{7}{2}$ donc le coefficient de réduction est de $\dfrac{2}{7}$ $\left(\dfrac{1}{3,5} = \dfrac{2}{7}\right)$.

La longueur du terrain d'André est de $105\ m \times \dfrac{2}{7} = 30\ m$

3. L'aire du terrain d'André étant de 480 m^2, en déduire la largeur de son terrain.

Le terrain est rectangulaire, sa longueur est de 30 m et son aire de 480 m^2. On a $\mathscr{A} = L \times l = 30 \times l = 480$.

Ainsi : $l = 480 \div 30 = 16\ m$ La largeur de son terrain est de 16 mètres.

On peut aussi utiliser la longueur de son terrain trouvée en q°2 et son périmètre (q°1) .

$\mathscr{P} = 2 \times L + 2 \times l$ soit $92 = 2 \times 30 + 2 \times l$ soit $92 = 60 + 2l$.

Donc la largeur est de $l = \dfrac{92 - 60}{2} = \dfrac{32}{2} = 16\ m$

4. Déterminer l'aire du terrain d'Éric.

On multiplie l'aire du terrain d'André par le coefficient d'agrandissement au carré.
$480 \times 3,5^2 \ = \ 5\ 880$ L'aire du terrain d'André est de 5 880 m^2.

On peut aussi déterminer la largeur du terrain d'Éric : $16 \times 3,5 = 56$
On connaît la longueur (q°2) et la largeur du terrain d'Éric, donc l'aire de son terrain est de
$\mathscr{A} = L \times l = 105 \times 56 \ = \ 5\ 880\ m^2$

5. L'année dernière, André a vendu une partie de son terrain. Il s'est séparé de 20% de sa surface initiale. Quelle était l'aire de son terrain l'année dernière ?

Ayant vendu 20 % de sa surface initiale, il lui reste 80% de sa surface initiale.

m^2	480	x
%	80	100

$x = \dfrac{480 \times 100}{80} = 600$ La surface initiale était de 600 m^2.

Exercice 2 *3 points*

La maquette d'un voilier est construite à l'échelle $\frac{1}{20}$.

1. La longueur réelle du voilier est de 15 mètres. Quelle est la longueur de la maquette (en cm) ?

$15 \div 20 \; = \; 0,75 \; m \; = \; 75 \; cm$ La longueur de la maquette est de 75 cm.

2. La surface d'une des voiles sur la maquette est de 20 dm^2.
Quelle est la surface de voile sur le navire (en m^2) ?

La surface des voiles sur la maquette est de : $20 \; dm^2 \times \underbrace{20^2}_{\text{Aire donc coeff au carré}} = 8\,000 \; dm^2 = 80 \; m^2$

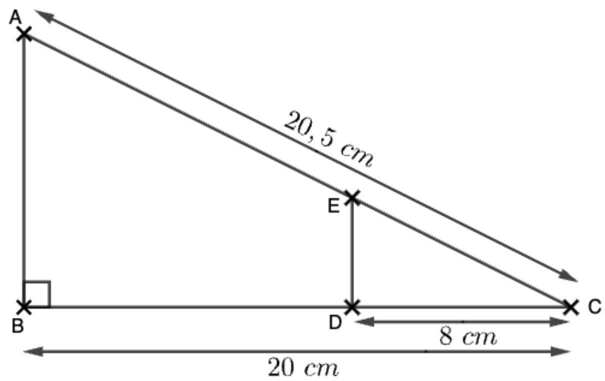
3. Le volume de la cale du voilier est de 5,5 m^3. Quel est le volume de la cale sur la maquette (en cm^3) ?

Le volume de la cale sur la maquette est de : $5,5 \times \underbrace{\left(\frac{1}{20}\right)^3}_{\text{Volume donc coeff au cube}} = 0,000\,687\,5 \; m^3 = 687,5 \; cm^3$

On peut le noter autrement : $\frac{1}{20} = 0,05$ donc $5,5 \times 0,05^3 = 0,000\,687\,5 \; m^3 = 687,5 \; cm^3$

Exercice 3 *8 points*

Cette figure représente un triangle CED qui est une réduction de ABC. On a $E \in [AC]$ et $D \in [BC]$.



1. Montrer que $AB = 4,5 \; cm$.

ABC est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 &= BC^2 + AB^2 \\ 20,5^2 &= 20^2 + AB^2 \\ 420,25 &= 400 + AB^2 \\ AB^2 &= 420,25 - 400 \\ AB^2 &= 20,25 \end{aligned}$$

Comme AB est une longueur, $AB > 0$. Ainsi : $AB = \sqrt{20,25} = 4,5$.

2. Déterminer le coefficient de réduction puis en déduire la longueur DE.

On cherche le coefficient k tel que : $BC \times k = DC$ soit $20 \times k = 8$ Ainsi : $k = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$

Donc : $DE = \frac{2}{5} \times AB = \frac{2}{5} \times 4,5 \; cm = 1,8 \; cm$

3. Déterminer le périmètre du triangle CED.

$EC = \frac{2}{5} \times AC = \frac{2}{5} \times 20,5 \; cm = 8,2cm$ Ainsi : $\mathscr{P}_{EDC} = 8,2 + 8 + 1,8 = 18 \; cm$

Autre méthode : $P_{ABC} = 20 + 20,5 + 4,5 = 45 \; cm$ Ainsi : $\mathscr{P}_{EDC} = \frac{2}{5} \times P_{ABC} = \frac{2}{5} \times 45 \; cm = 18 \; cm$

4. Le triangle CED est-il rectangle ?

Lors d'une réduction, les mesures des angles sont conservées. Ainsi $\widehat{CDE} = \widehat{CBA} = 90°$.
CED est donc rectangle en D.

Il est possible de faire une réciproque du théorème de Pythagore mais c'est bien plus chronophage et ce n'est pas nécessaire si l'on connaît bien son cours.

Dans le triangle DEC le côté le plus long est $[EC]$.

D'une part : $EC^2 = 8,2^2 = 67,24$

D'autre part : $DE^2 + DC^2 = 1,8^2 + 8^2 = 3,24 + 64 = 67,24$

On a : $EC^2 = DE^2 + DC^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, DEC est rectangle en D.

Exercice 4 *5 points*

1. Lors d'une course réalisée au début de l'année 2023. Il y a 80 participants, : 32 femmes et 48 hommes.

a. Quel est le pourcentage de femmes participants à la course ?

On cherche à quel pourcentage de 80 (le total) le nombre de femmes (32) correspond :

Coureurs	80	32
Pourcentage	100	x

$$x = \frac{32 \times 100}{80} = 40$$

Il y a 40% de femmes qui participent à la course.

b. 75% des femmes participants à la course ont moins de 45 ans Combien sont-elles ?

On cherche ce que représente 75% du nombre de femmes (32) :

Femmes	32	x
Pourcentage	100	75

$$x = \frac{32 \times 75}{100} = 24$$

24 femmes ont moins de 45 ans.

c. Parmi les coureurs hommes, 8 sont des professionnels.
Quel pourcentage des hommes cela représente-t-il ?

Hommes	48	8
Pourcentage	100	x

$$x = \frac{8 \times 100}{48} \simeq 17$$

Il y a **environ** 17% de coureurs professionnels chez les coureurs hommes.

2. Après un incendie dans la forêt de *Saint Eutrope* en Essonne, le lieutenant-colonel Debliquy vient constater les dégâts. Il note dans son rapport :

« 146 hectares de forêts sont encore intacts , 15% de la forêt a été brûlé. »

Quelle est la superficie totale de la forêt avant l'incendie ?

Il reste 146 hectares, ce qui correspond à 85% de forêt $(100 - 15)$ car 15% a brulé.

On cherche la superficie initiale (donc 100%).

Hectares	146	x
Pourcentage	85	100

$$x = \frac{146 \times 100}{85} \simeq 172$$

La superficie de la forêt avant l'incendie était d'environ 172 hectares.

Autre méthode : Il reste 146 hectares, ce qui correspond à 85% de forêt $(100 - 15)$ car 15% a brulé.

On cherche la superficie ayant brûlée (15%).

Hectares	146	x
Pourcentage	85	15

$$x = \frac{146 \times 15}{100} \simeq 22$$

Environ 22 hectares ont brûlés.

La superficie de la forêt avant l'incendie était d'environ 172 hectares.

Exercice 5 *7 points*

Réduire au maximum les expressions littérales suivantes :

$$A = 4x^2 - 6 + 7x - 9 + 10x^2 - x + 3 - 20x^2$$

$$A = 4x^2 + 10x^2 - 20x^2 + 7x - x - 6 - 9 + 3$$

$$A = -6x^2 + 6x - 12$$

$$B = 10 + (-7y - 5) - 6 - (-10 + 3y - 5)$$

$$B = 10 - 7y - 5 - 6 - +10 - 3y + 5$$

$$B = 10 - 7y - 5 - 6 + 10 - 3y + 5$$

$$B = -10y + 14$$

$$C = 10y + 5(6y - 2) + 7y^2 - 6y(2y - 1) + y^2 - 9$$

$$C = 10y + 5 \times 6y - 5 \times 2 + 7y^2 - 6y \times 2y - (-6y) \times 1 + y^2 - 9$$

$$GC = 10y + 30y - 10 + 7y^2 - 12y^2 + 6y + y^2 - 9$$

$$C = 10y + 30y - 10 + 7y^2 - 12y^2 + 6y + y^2 - 9$$

$$C = -4y^2 + 46y - 19$$

$$D = 5x(6x - 4) + 3x - 7 - (10x^2 - 9 + 4x(x - 1))$$

$$D = 5x \times 6x - 5x \times 4 + 3x - 7 - (10x^2 - 9 + 4x \times x - 4x \times 1)$$

$$D = 30x^2x - 20x + 3x - 7 - (10x^2 - 9 + 4x^2 - 4x)$$

$$D = 30x^2 - 20x + 3x - 7 - (10x^2 - 9 + 4x^2 - 4x)$$

$$D = 30x^2 - 20x + 3x - 7 - 10x^2 + 9 - 4x^2 + 4x$$

$$D = 30x^2 - 20x + 3x - 7 - 10x^2 + 9 - 4x^2 + 4x$$

$$D = 30x^2 - 10x^2 - 4x^2 - 20x + 3x + 4x - 7 + 9$$

$$D = 16x^2 - 13x + 2$$