

CALCUL LITTÉRAL : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

Développer les expressions suivantes :

$$A = 4(x + 7)$$

$$A = 4x + 28$$

$$C = 3(x - 4)$$

$$C = 3x - 12$$

$$E = -10x(5 - 3, 3x)$$

$$E = -50x + 33x^2$$

$$B = 7(x - 3)$$

$$B = 7x - 21$$

$$D = x(-6x + 9)$$

$$D = -6x^2 + 9x$$

$$F = -5x(-7 - 6x)$$

$$F = 35x + 30x^2$$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 4x + 8$$

$$A = 4 \times x + 4 \times 2$$

$$A = 4(x + 2)$$

$$C = 3x^2 + 6$$

$$C = 3 \times x^2 + 3 \times 2$$

$$C = 3(x^2 + 2)$$

$$E = 25x + 15x^2$$

$$E = 5x \times 5 + 5x \times 3x$$

$$E = 5x(5 + 3x)$$

$$B = 49 - 7x$$

$$B = 7 \times 7 - 7 \times x$$

$$B = 7(7 - x)$$

$$D = x^2 - 27x$$

$$D = x \times x - x \times 27$$

$$D = x(x - 27)$$

$$F = 36x^2 - 64x$$

$$F = 4x \times 9x - 4x \times 16$$

$$D = 4x(9x - 16)$$

Exercice 3

Supprimer les parenthèses dans les expressions suivantes, puis réduire.

$$A = 2x + 3 + (-3x - 10)$$

$$A = 2x + 3 - 3x - 10$$

$$A = -x - 7$$

$$B = -10x + (-4x - 10) + 5$$

$$B = -10x - 4x - 10 + 5$$

$$B = -14x - 5$$

$$C = -2k - (4k - 7 - 8k^2 + 12) - k^2 + 3$$

$$C = -2k - 4k + 7 + 8k^2 - 12 - k^2 + 3$$

$$C = 7k^2 - 6k - 2$$

$$D = 6,5x + (4x^2 - 7,5x + 3,75 - 21x) + 5$$

$$D = 6,5x + 4x^2 - 7,5x + 3,75 - 21x + 5$$

$$D = 4x^2 - 22x + 8,75$$

Exercice 4

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 4x(3x + 2) - (5x - 7, 2 + 3x)$$

$$A = 12x^2 + 8x - 5x + 7, 2 - 3x$$

$$A = 12x^2 + 7, 2$$

$$B = 9(-2x - 8) - 5, 5x + 2$$

$$B = -18x - 72 - 5, 5x + 2$$

$$B = -23, 5x - 70$$

$$C = 66 + 3x + (-6, 8x + 5, 2)$$

$$C = 66 + 3x - 6, 8x + 5, 2$$

$$C = -3, 8x + 71, 2$$

$$D = 17, 5 - (-6 - 8y) - 9y$$

$$D = 17, 5 + 6 + 8y - 9y$$

$$D = 23, 5 - y$$

$$E = 5t(t - 7t) + (-3t - 6 + 7t) + 6(6 - 6t)$$

$$E = 5t^2 - 35t^2 - 3t - 6 + 7t + 36 - 36t^2$$

$$E = -66t^2 + 4t + 30$$

Exercice 5

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x + 1)(2x + 5)$$

$$A = 2x^2 + 7x + 5$$

$$B = (4 - 2x)(5x - 9)$$

$$B = -10x^2 + 38x - 36$$

$$C = (-x + 1)(3x + 4)$$

$$C = -3x^2 - x + 4$$

$$D = (6x + 2)(x - 3x)$$

$$D = -12x^2 - 4x$$

$$E = (-3 - 2z)(-6 + 3z)$$

$$E = -6z^2 + 3z + 18$$

$$F = (3y - 5)(2y - 7)$$

$$F = 6y^2 - 31y + 35$$

$$G = (-11t + 6)(-8 - 2t)$$

$$G = 22t + 76t - 48$$

$$H = (-5x + 12)(-2x - 10)$$

$$H = 10x^2 + 26x - 120$$

$$I = (12x - 6)(-12 + 6x)$$

$$I = 72x^2 - 180x + 72$$

$$J = (3y + 5)(-2y - 7)$$

$$J = 6y^2 - 31y - 35$$

Exercice 6

Développer et réduire les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables

$$A = (x + 6)^2$$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$$

$$A = x^2 + 12x + 36$$

$$B = (10x + 9)^2$$

$$B = (10x)^2 + 2 \times 10x \times 9 + 9^2$$

$$B = 100x^2 + 180x + 81$$

$$C = (-5y + 9)^2$$

$$C = (-5y)^2 + 2 \times (-5y) \times 9$$

$$C = 25y^2 - 90y + 81$$

$$D = (-3 + 8a)^2$$

$$D = (-3)^2 + 2 \times (-3) \times 8a + (8a)^2$$

$$D = 9 - 48a + 64a^2$$

$$E = (12b + 4)^2$$

$$E = (12b)^2 + 2 \times 12b \times 4 + 4^2$$

$$E = 144b^2 + 96b + 16$$

$$F = (-7x + 20)^2$$

$$F = (-7x)^2 + 2 \times (-7x) \times 20 + 20^2$$

$$F = 49x^2 - 280x + 400$$

$$G = (x - 3)^2$$

$$G = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$G = x^2 - 6x + 9$$

$$H = (3 - 4b)^2$$

$$H = 3^2 - 2 \times 3 \times 4b + (4b)^2$$

$$H = 9 - 24b + 16b^2$$

$$I = (a - 7)^2$$

$$I = a^2 - 2 \times a \times 7 + 7^2$$

$$I = a^2 - 14a + 49$$

$$J = (5x - 6)^2$$

$$J = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 6 + 6^2$$

$$J = 25x^2 - 60x + 36$$

$$K = (-10x - 5)^2$$

$$K = (-10x)^2 - 2 \times (-10x) \times 5 + 5^2$$

$$K = 100x^2 + 100x + 25$$

$$L = (0,5x - 1)^2$$

$$L = (0,5x)^2 - 2 \times 0,5x \times 1 + 1^2$$

$$L = 0,25x^2 - x + 1$$

$$M = (x + 7)(x - 7)$$

$$M = x^2 - 7^2$$

$$M = x^2 - 49$$

$$N = (9 - x)(9 + x)$$

$$N = 9^2 - x^2$$

$$N = 81 - x^2$$

$$O = (-2x - 8)(-2x + 8)$$

$$O = (-2x)^2 - 8^2$$

$$O = 4x^2 - 64$$

$$P = (6 - 12x)(6 + 12x)$$

$$P = 6^2 - (12x)^2$$

$$P = 36 - 144x^2$$

$$Q = (7 + 10x)(10x - 7)$$

$$Q = (10x)^2 - 7^2$$

$$Q = 100x^2 - 49$$

$$R = (5x + 9)(-9 + 5x)$$

$$R = (5x + 9)(5x - 9)$$

$$R = (5x)^2 - 9^2$$

$$R = 25x^2 - 81$$

Exercice 7

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (3x + 6)^2 + (4x + 2)^2$$

$$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 6 + 6^2 + (4x)^2 + 2 \times 4x \times 2 + 2^2$$

$$A = 9x^2 + 36x + 36 + 16x^2 + 16x + 4$$

$$A = 25x^2 + 52x + 40$$

$$B = (5 - x)^2 - (6x - 8)^2$$

$$B = 5^2 - 2 \times 5 \times x + x^2 - [(6x)^2 - 2 \times 6x \times 8 + 8^2]$$

$$B = 25 - 10x + x^2 - [36x^2 - 96x + 64]$$

$$B = 25 - 10x + x^2 - 36x^2 + 96x - 64$$

$$B = -35x^2 + 86x - 39$$

$$C = (x + 1)^2 - (x + 3)^2$$

$$C = x^2 + 2x + 1 - [x^2 + 6x + 9]$$

$$C = x^2 + 2x + 1 - x^2 - 6x - 9$$

$$C = -4x - 8$$

Correction un peu moins détaillée dans cette partie, ne pas hésitez à me poser des questions si besoin.

$$D = (7 + x)^2 - (7 - x)^2$$

$$D = 49 + 14x + x^2 - [49 - 14x + x^2]$$

$$D = 49 + 14x + x^2 - 49 + 14x - x^2$$

$$D = 28x$$

$$E = (4a - 3)(4a + 3) + (3a - 5)^2$$

$$E = 16a^2 - 9 + 9a^2 - 30a + 25$$

$$E = 25a^2 - 30a + 16$$

$$F = (3x + 2)^2 - (5 - 2x)(5 + 2x)$$

$$F = 9x^2 + 12x + 4 - [25 - 4x^2]$$

$$F = 9x^2 + 12x + 4 - 25 + 4x^2$$

$$F = 13x^2 + 12x + 29$$

$$G = (2x + 3)^2 + (5x + 4)(-2x + 6)$$

$$G = 4x^2 + 12x + 9 + (-10x^2) + 30x - 8x + 24$$

$$G = -6x^2 + 34 + 33$$

$$H = (6x - 4)(-3x - 5) + (5x + 8)(5x - 8)$$

$$H = -18x^2 - 30x + 12x + 20 + 25x^2 - 64$$

$$H = 7x^2 - 18x - 44$$

$$I = 4(-7x + 5)^2$$

$$I = 4[49x^2 - 70x + 25]$$

$$I = 196x^2 - 280x + 100$$

$$J = (x + 1)^2 - 5(1 - x)^2$$

$$J = x^2 + 2x + 1 - 5 \times [1 - 2x + x^2]$$

$$J = x^2 + 2x + 1 - 5 + 10x - 5x^2$$

$$J = -4x^2 + 12x - 4$$

Exercice 8

1. $AB = 6$ $BC = 8$ $AC = 10$

Figure laissé au lecteur.

2. On veut vérifier si le triangle ci-dessus est rectangle, on connaît la mesure de chacun de ses côtés.

Dans le triangle ABC le côté le plus long est AC .

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } AC^2 &= 10^2 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } AB^2 + BC^2 &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

3. $AB = 3x + 6$ $BC = 4x + 8$ $AC = 5x + 10$

Dans le triangle ABC , quelque soit la valeur de $x > 0$, le côté le plus long est AC .

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } AC^2 &= (5x + 10)^2 \\ &= 25x^2 + 100x + 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } AB^2 + BC^2 &= (3x + 6)^2 + (4x + 8)^2 \\ &= 9x^2 + 36x + 36 + 16x^2 + 64x + 64 \\ &= 25x^2 + 100x + 100 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ quelque soit } x > 0$$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B pour toute valeur $x > 0$.

Exercice 9

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Multiplier le par 2 • Ajouter 4 • Ajouter 5 fois le nombre de départ 	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Multiplier par 7 • Soustraire 11 • Ajouter 5.

1. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ 2 ?

Programme A : $2 \rightarrow 2 \times 2 = 4 \rightarrow 4 + 4 = 8 \rightarrow 8 + 5 \times 2 = 18$

Programme B : $2 \rightarrow 2 \times 7 = 14 \rightarrow 14 - 11 = 3 \rightarrow 3 + 5 = 8$

2. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ -3 ?

Programme A : $-3 \rightarrow -3 \times 2 = -6 \rightarrow -6 + 4 = -2 \rightarrow -2 + 5 \times (-3) = -17$

Programme B : $-3 \rightarrow -3 \times 7 = -21 \rightarrow -21 - 11 = -31 \rightarrow -31 + 5 = -26$

3. Ces deux programmes donnent-ils toujours le même résultat lorsque l'on choisit le même nombre de départ ?

D'après les calculs ci-dessus la réponse est **non**.

Exercice 10

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Calculer son carré • Ajouter 2 • Multiplier par 4 • Soustraire le double du nombre de départ 	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Calculer son double • Soustraire 1 • Multiplier par 2 • Multiplier par le nombre de départ • Ajouter 10

1. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ 4 ?

Programme A : $4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow 16 + 2 = 18 \rightarrow 18 \times 4 = 72 \rightarrow 72 - 2 \times 4 = 64$

Programme B : $4 \rightarrow 2 \times 4 = 8 \rightarrow 8 - 1 = 7 \rightarrow 7 \times 2 = 14 \rightarrow 14 \times 4 = 56 \rightarrow 56 + 10 = 66$

« Si on choisit le même nombre au départ les résultats obtenus avec ces deux programmes ont toujours 2 d'écart. »

2. Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

Cette affirmation est vraie dans le cas où l'on choisit 4 (question précédente), il faut le prouver dans le cas général.

Soit x un nombre quelconque :

Programme A	Avec x
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Calculer son carré • Ajouter 2 • Multiplier par 4 • Soustraire le double du nombre de départ 	x x^2 $x^2 + 2$ $4(x^2 + 2) = 4x^2 + 8$ $= 4x^2 + 8 - 2x$

Programme B	Avec x
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Calculer son double • Soustraire 1 • Multiplier par 2 • Multiplier par le nombre de départ • Ajouter 10 	x $2x$ $2x - 1$ $2(2x - 1) = 4x - 2$ $x(4x - 2) = 4x^2 - 2x$ $4x^2 - 2x + 10$

Programme A : $4x^2 + 8 - 2x$

Programme B : $4x^2 - 2x + 10$

$4x^2 - 2x + 10 - (4x^2 + 8 - 2x) = 2$

Il y aura bien toujours 2 d'écart entre les résultats de ces deux programmes.

Exercice 11

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 7 au nombre de départ
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ
- Multiplier les résultats précédents
- Ajouter 50

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.

<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Ajouter 7 au nombre de départ • Soustraire 7 au nombre choisi au départ • Multiplier les résultats précédents • Ajouter 50 	2 $2 + 7 = 9$ $9 - 7 = 2$ $2 \times (-5) = -10$ $-10 + 50 = 40$
--	---

2. Que donne ce programme lorsque l'on choisit -10 au départ ?

<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Ajouter 7 au nombre de départ • Soustraire 7 au nombre choisi au départ • Multiplier les résultats précédents • Ajouter 50 	-10 $-10 + 7 = -3$ $-3 - 7 = -10$ $(-3) \times (-10) = 30$ $30 + 50 = 80$
--	---

3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui de la question 1.

Il pense que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.

► A-t-il raison ?

<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Ajouter 7 au nombre de départ • Soustraire 7 au nombre choisi au départ • Multiplier les résultats précédents • Ajouter 50 	x $x + 7$ $x - 7$ $(x + 7) \times (x - 7) = x^2 - 49$ $x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$
--	---

Il n'a pas raison, si c'était le cas on aurait obtenu $2x + 1$.

Exercice 12

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 + 4x + 4$$

$$A = (x + 2)^2$$

$$D = 25x^2 - 30x + 9$$

$$D = (5x - 3)^2$$

$$B = x^2 - 10x + 25$$

$$B = (x - 5)^2$$

$$E = 25 - y^2$$

$$E = (5 + y)(5 - y)$$

$$C = 9x^2 - 81$$

$$C = (3x + 9)(3x - 9)$$

$$F = 100x^2 + 160x + 64$$

$$F = (10x + 8)^2$$

Exercice 13

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 - 36$$

$$B = 100 - 4x^2$$

$$C = 49y^2 - 25$$

$$D = 121 - 36x^2$$

$$A = (x + 6)(x - 6)$$

$$B = (10 + 2x)(10 - 2x)$$

$$C = (7y + 5)(7y - 5)$$

$$D = (11 + 6x)(11 - 6x)$$

$$E = (5 - x)^2 - 16^2$$

$$F = (x + 1)^2 - (x + 3)^2$$

$$E = [(5 - x) + 4] \times [(5 - x) - 4]$$

$$F = [(x + 1) + (x + 3)] \times [(x + 1) - (x + 3)]$$

$$E = [5 - x + 4] \times [5 - x - 4]$$

$$F = [x + 1 + x + 3] \times [x + 1 - x - 3]$$

$$E = [9 - x][1 - x]$$

$$F = [2x + 4] \times (-2)$$

$$G = (3x + 6)^2 - (4x + 2)^2$$

$$H = (7 + x)^2 - (7 - x)^2$$

$$G = [(3x + 6) + (4x + 2)] \times [(3x + 6) - (4x + 2)]$$

$$H = [(7 + x) + (7 - x)] \times [(7 + x) - (7 - x)]$$

$$G = [3x + 6 + 4x + 2] \times [3x + 6 - 4x - 2]$$

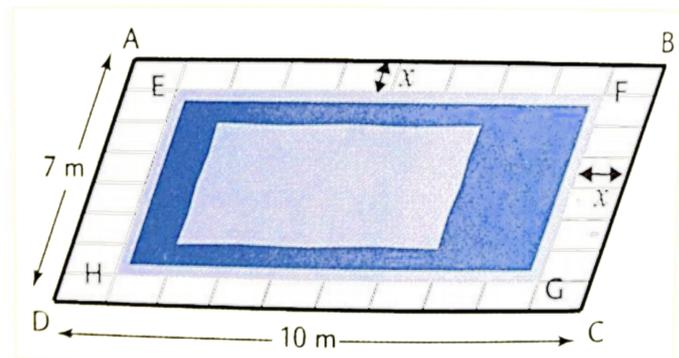
$$H = [7 + x + 7 - x] \times [7 + x - 7 + x]$$

$$G = [7x + 8][-x + 4]$$

$$H = 14 \times 2x$$

Exercice 15Exprimer, en fonction de x :

1. Le périmètre du bassin $EFGH$.
2. L'aire du bassin $EFGH$.

La longueur du bassin $EFGH$ est de $10 - 2x$ et sa largeur est de $7 - 2x$.

$$\begin{aligned}
 1. \mathcal{P}_{EFGH} &= 2 \times L + 2 \times l \\
 &= 2 \times (10 - 2x) + 2 \times (7 - 2x) \\
 &= 20 - 4x + 14 - 4x \\
 &= 34 - 8x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \mathcal{A}_{EFGH} &= L \times l \\
 &= (10 - 2x) \times (7 - 2x) \\
 &= 70 - 20x - 14x + 4x^2 \\
 &= 4x^2 - 34x + 70
 \end{aligned}$$

Exercice 16On considère un rectangle $RTFS$ avec pour longueur $3x + 9$ et pour largeur $-2x + 6$.1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?Il faut que $3x + 9$ et $-2x + 6$ soient des nombres positifs car ce sont des mesures.Pour $3x + 9$: positif si $x > -3$ Pour $-2x + 6$: positif si $x < 3$.Donc x peut prendre toutes les valeurs comprises strictement entre -3 et 3 .2. Exprimer le périmètre et l'aire de $RTFS$ en fonction de x .La longueur du bassin $RTFS$ est de $3x + 9$ et sa largeur est de $-2x + 6$.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{RTFS} &= 2 \times L + 2 \times l \\
 &= 2 \times (3x + 9) + 2 \times (-2x + 6) \\
 &= 6x + 18 + (-4x) + 12 \\
 &= 2x + 30
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_{RTFS} &= L \times l \\
 &= (3x + 9) \times (-2x + 6) \\
 &= -6x^2 + 18x - 18x + 54 \\
 &= -6x^2 + 54
 \end{aligned}$$

Exercice 17

1. Prouver que si on multiplie le côté d'un carré par 10, son aire sera 100 fois plus grande.

On note c le côté d'un carré. L'aire de ce carré est c^2 .

Si on multiplie les côtés de ce carré par 10, son côté sera de $c \times 10 = 10c$ et donc son aire $(10c)^2 = 100c^2$.
 $100c^2$ est bien 100 fois plus grand que c

2. De combien augmentera l'aire d'un carré si on ajoute 10 cm à chacun de ses côtés ?

On note c le côté d'un carré. L'aire de ce carré est c^2 .

Si on ajoute 10 aux côtés de ce carré, son côté sera de $c + 10$ et donc son aire $(c + 10)^2$.

$(c + 10)^2 = c^2 + 20c + 100$ L'aire est augmenté de $20c + 100$.

Exercice 18

$$A = (12x + 7)(3x + 9) + (12x + 7)(10 - 8x)$$

$$A = (12x + 7)[(3x + 9) + (10 - 8x)]$$

$$A = (12x + 7)[3x + 9 + 10 - 8x]$$

$$A = (12x + 7)(-5x + 19)$$

$$B = (-8x + 7)(6x - 8) - (6x - 8)(-18x - 5)$$

$$B = (6x - 8)[(-8x + 7) - (-18x - 5)]$$

$$B = (6x - 8)[-8x + 7 + 18x + 5]$$

$$B = (6x - 8)(10x + 12)$$

$$C = (-9x + 8)(7x - 6) + (-3x - 10)(-9x + 8)$$

$$C = (-9x + 8)[(7x - 6) + (-3x - 10)]$$

$$C = (-9x + 8)[7x - 6 - 3x - 10]$$

$$C = (-9x + 8)(4x - 16)$$

$$D = (10x + 7)^2 + (5x - 8)(10x + 7)$$

$$D = (10x + 7)(10x + 7) + (5x - 8)(10x + 7)$$

$$D = (10x + 7)[(10x + 7) + (5x - 8)]$$

$$D = (10x + 7)[10x + 7 + 5x - 8]$$

$$D = (10x + 7)(15x - 1)$$

$$E = (12x - 8)(-7x - 9) - (-7x - 9)^2$$

$$E = (12x - 8)(-7x - 9) - (-7x - 9)(-7x - 9)$$

$$E = (-7x - 9)[(12x - 8) - (-7x - 9)]$$

$$E = (-7x - 9)[12x - 8 + 7x + 9]$$

$$E = (-7x - 9)(19 + 1)$$

$$F = (5x + 3)(10x + 4)^2 + (5x + 3)(8 - 3x)^2$$

$$F = (5x + 3)[(10x + 4)^2 + (8 - 3x)^2]$$

$$F = (5x + 3)[100x^2 + 80x + 16 + 64 - 48x + 9x^2]$$

$$F = (5x + 3)(109x^2 + 32x + 80)$$