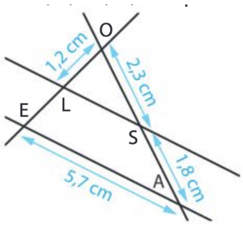
Chapitre 6

Théorème de Thalès : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

1. Les droites (LS) et (EA) sont parallèles.

▶ Calculer les longueurs OE et LS.



Les points $O,\ L,\ E$ et $O,\ S,\ A$ sont alignés dans cet ordre et $(LS) \mathbin{/\!/} (EA)$.

$OA \ = \ OS + SA \ = \ 2,3 + 1,8 \ = \ 4,1\ cm$

<u>D'après le théorème de Thalès :</u>

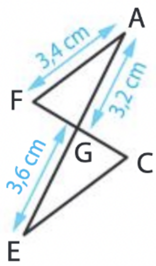
$\dfrac{OL}{OE} = \dfrac{OS}{OA} = \dfrac{LS}{EA}$ <u>soit</u> $\dfrac{1,2}{OE} = \dfrac{2,3}{4,1} = \dfrac{LS}{5,7}$

$OE = \dfrac{1,2 \times 4,1}{2,3} \simeq 2,1\ cm$

$LS = \dfrac{2,3 \times 5,7}{4,1} \simeq 3,2\ cm$

2. Les droites (AF) et (EC) sont parallèles.

▶ Calculer la longueur EC.



Les points $A,\ G,\ E$ et $F,\ G,\ C$ sont alignés dans cet ordre et $(FA) \mathbin{/\!/} (CE)$.

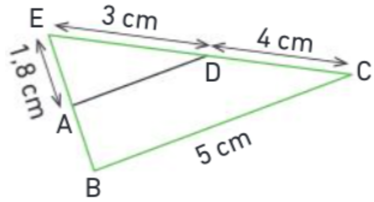
<u>D'après le théorème de Thalès :</u>

$\dfrac{GA}{GE} = \dfrac{GF}{GC} = \dfrac{FA}{EC}$ <u>soit</u> $\dfrac{3,2}{3,6} = \dfrac{GF}{FC} = \dfrac{3,4}{EC}$

$EC = \dfrac{3,4 \times 3,6}{3,2} \simeq 3,8\ cm$

Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, la droite (AD) est parallèles à la droite (BC).



1. Déterminer les longueurs AD et EB.

Les points $E,\ D,\ C$ et $E,\ A,\ B$ sont alignés dans cet ordre et $(AD) \mathbin{/\!/} (BC)$

$EC \ = \ ED + DC \ = \ 3 + 4 \ = \ 7\ cm$

<u>D'après le théorème de Thalès :</u>

$\dfrac{ED}{EC} = \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{AD}{BC}$ <u>soit</u> $\dfrac{3}{7} = \dfrac{1,8}{EB} = \dfrac{AD}{5}$

$AD = \dfrac{5 \times 3}{7} \simeq 2,1\ cm$

$EB = \dfrac{1,8 \times 7}{3} = 4,2\ cm$

2. En déduire la longueur BA.

$BA \ = \ EB - EA \ = \ 4,2 - 1,8 \ = \ 2,4\ cm$

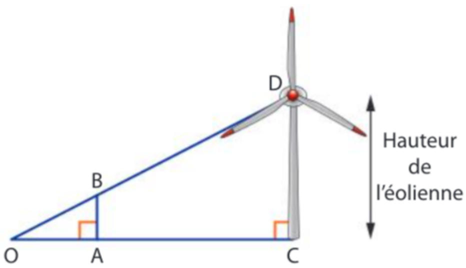
Exercice 3

Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants :

-Les points $O,\ A$ et C sont alignés ;

-Les points $O,\ B$ et D sont alignés ;

-$OA = 11\ m,\quad AC = 594\ m$ et $AB = 1,5\ m$.



1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

<u>On a :</u> $(BA) \perp (OC)$ et $(DC) \perp (OC)$

<u>Or :</u> Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.

<u>Donc :</u> $(BA) \mathbin{/\!/} (DC)$

2. Calculer la hauteur CD de l'éolienne.

Les point $O; B; D$ et $O; A; C$ sont alignés dans cet ordre et $(BA) \mathbin{/\!/} (DC)$

Le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{BA}{CD} \quad \text{soit} \quad \frac{11}{605} = \frac{OB}{OD} = \frac{1,5}{CD}$$

Ainsi : $CD = \dfrac{BA \times OC}{OA} = \dfrac{1,5 \times 605}{11} = 82,5$

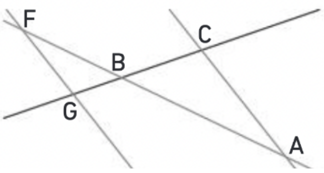
$CD = 82,5\ cm$

La hauteur de l'éolienne est de 82,5m.

Exercice 4

1. Sur cette figure :

-$(FG) \mathbin{/\!/} (AC)$
-$BF = 3,2\ cm$
-$BC = 4,1\ cm$
-$BG = 2,2\ cm$



▶ Calculer la longueur BA

Les points F, B, A et G, B, C sont alignés dans cet ordre et $(FG) \mathbin{/\!/} (CA)$.

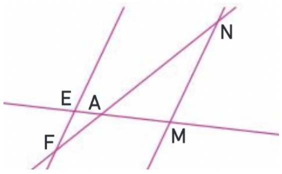
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{FB}{AB} = \frac{GB}{BC} = \frac{FG}{AC} \quad \text{soit} \quad \frac{3,2}{AB} = \frac{2,2}{4,1} = \frac{FG}{AC}$$

$$AB = \frac{3,2 \times 4,1}{2,2} \simeq 6\ cm$$

2. Sur cette figure :

-$(EF) \mathbin{/\!/} (MN)$
-$EA = 2\ dm = 20\ cm$
-$AM = 50\ cm$
-$EF = 0,4\ m = 40\ cm$



▶ Calculer la longueur MN

Les points F, A, N et E, A, M sont alignés dans cet ordre et $(EF) \mathbin{/\!/} (MN)$.

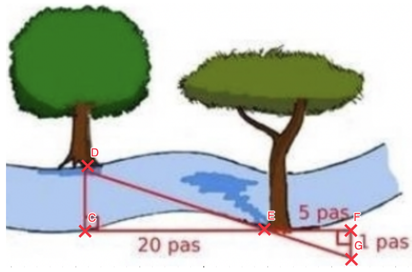
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EA}{AM} = \frac{FA}{AN} = \frac{EF}{MN} \quad \text{soit} \quad \frac{20}{50} = \frac{FA}{AN} = \frac{40}{MN}$$

$$MN = \frac{40 \times 50}{20} = 100\ cm$$

Exercice 5

Sylvie se promène au bord d'une rivière par un beau dimanche ensoleillé.
Elle se demande quelle est la largeur de cette rivière, elle effectue les mesures suivantes :



1. Quel est, en nombre de pas, la largeur de la rivière.

Il n'y a pas de nom sur les points de cette figure, on commence par les nommer.

(DC) et (FG) sont toutes les deux perpendiculaires à (CF) donc $(DC) \mathbin{/\!/} (FG)$

Les points D, E, G et C, E, F sont alignés dans cet ordre et $(DC) \mathbin{/\!/} (FG)$

Le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{FG}{DC} = \frac{EF}{EC} = \frac{EG}{ED} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{DC} = \frac{5}{20} = \frac{EG}{ED}$$

$$DC = \frac{1 \times 20}{5} = 4.$$

La largeur de la rivière est de 4 pas.

2. La longueur d'un pas de Sylvie est d'environ 65 cm. Donner la largeur de la rivière en cm.

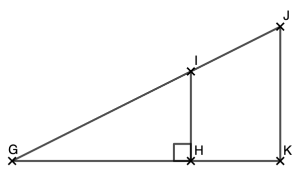
$65\ cm \times 4 = 260$.

La largeur de la rivière est d'environ 260 cm.

Exercice 6

Sur cette figure :

-$GK = 12\ cm$
-$GJ = 13\ cm$
-$JK = 5\ cm$
-$GH = 9\ cm$



1. Montrer que le triangle GJK est rectangle.

Dans le triangle GJK le côté le plus long est $[GJ]$.

D'une part : $GJ^2 = 13^2 = 169$

D'autre part : $GK^2 + KJ^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

On a : $GJ^2 = GK^2 + KJ^2$

Donc : d'après la réciproque du théorème de Pythagore GJK est rectangle en K.

2. Déterminer les longueurs GI et IH.

On a : $(IH) \perp (GK)$ et $(JK) \perp (GK)$

Or : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.

Donc : $(IH) \mathbin{/\!/} (JK)$

Les points $G,\ H,\ K$ et $G,\ I,\ K$ sont alignés dans cet ordre et $(IH) \mathbin{/\!/} (JK)$.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{GH}{GK} = \frac{GI}{GJ} = \frac{HI}{JK} \quad \text{soit} \quad \frac{9}{12} = \frac{GI}{13} = \frac{HI}{5}$$

$$GI = \frac{13 \times 9}{12} = 9,75\ cm$$

$$HI = \frac{5 \times 9}{12} = 3,75\ cm$$

Exercice 7

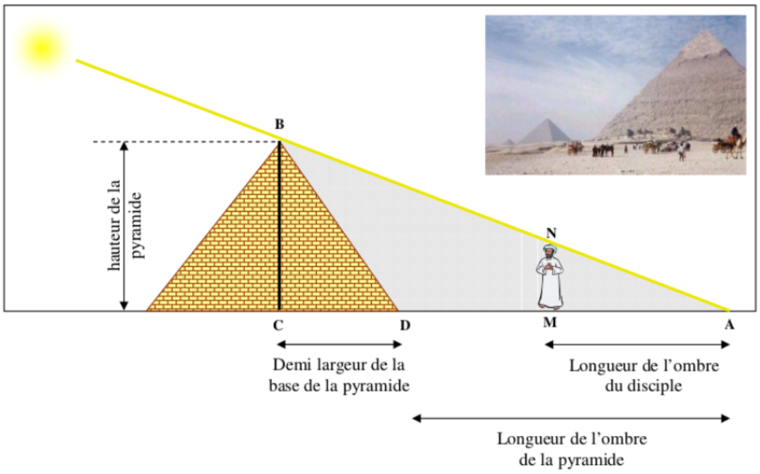
À un moment ensoleillé de la journée, Thalès place un de ses disciples de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la pyramide comme sur le schéma.

Il prend alors les mesures suivantes :

$CD = 115\ m \quad DM = 13,4\ m$

$AM = 3,5\ m \quad MN = 1,8\ m$

► Déterminer la hauteur de la Pyramide.



$[BC]$ est la hauteur de cette pyramide donc (BC) est perpendiculaire au sol (CA).

On suppose que Thalès se tient droit, perpendiculaire au sol, soit $(NM) \perp (CA)$.

Or : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Ainsi : $(MN) \mathbin{/\!/} (BC)$

Les points $A,\ D,\ C$ et $A,\ N,\ B$ sont alignés dans cet ordre et $(MN) \mathbin{/\!/} (BC)$.

Le théorème de Thalès s'écrit :

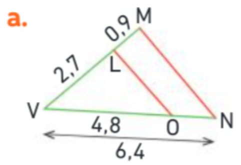
$$\frac{NM}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} \quad \text{soit} \quad \frac{1,8}{BC} = \frac{3,5}{131,9} = \frac{AN}{AB}$$

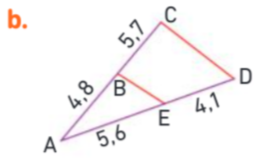
On a : $BC = \dfrac{NM \times AC}{AM} = \dfrac{1,8 \times 131,9}{3,5} \simeq 67,8\ m$

La hauteur de la pyramide est d'environ 67,8 mètres.

Exercice 8

Dans chaque cas, dire si oui ou non les droites rouges sont parallèles. L'unité est le *cm*.





a. Les points $V,\ D,\ N$ et $V,\ L,\ M$ sont alignés dans cet ordre.

$VM = 2,7 + 0,9 = 3,6$

D'une part : $\dfrac{VO}{VN} = \dfrac{4,8}{6,4} = \dfrac{3}{4}$

D'autre part : $\dfrac{VL}{VM} = \dfrac{2,7}{3,6} = \dfrac{3}{4}$

On a : $\dfrac{VO}{VN} = \dfrac{VL}{VM}$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Thalès (LO) et (MN) sont parallèles.

b. Les points $A,\ B,\ D$ et $A,\ E,\ D$ sont alignés dans cet ordre.

$AC = 4,8 + 5,7 = 10,5$ $\qquad AC = 5,6 + 4,1 = 9,7$

D'une part : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{4,8}{10,5} = \dfrac{16}{25}$

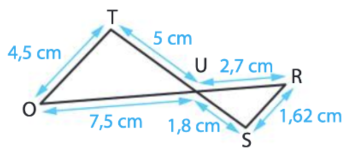
D'autre part : $\dfrac{AE}{AD} = \dfrac{5,6}{9,7} = \dfrac{97}{10}$

On a : $16 \times 10 \neq 35 \times 97$ donc $\dfrac{AB}{AC} \neq \dfrac{AE}{AD}$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Thalès (BE) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 9

1. Les droites (TO) et (RS) sont-elles parallèles ?



Les points $O,\ U,\ R$ et $T,\ U,\ S$ sont alignés dans cet ordre.

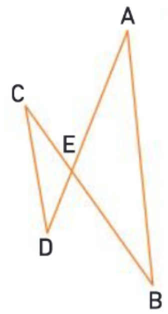
D'une part : $\dfrac{UR}{OU} = \dfrac{2,7}{7,5} = 0,36$

D'autre part : $\dfrac{US}{UT} = \dfrac{1,8}{5} = 0,36$

On a : $\dfrac{UR}{OU} = \dfrac{US}{UT}$

Donc : d'après la réciproque du théorème de Thalès $(TO) \mathbin{/\!/} (RS)$.

2. Sur cette figure :



-$CE = 1,6\ cm$ $\quad$ -$DE = 1,2\ cm$
-$EA = 2,8\ cm$ $\quad$ -$EB = 3,4\ cm$

Les droites (BA) et (DC) sont-elles parallèles ?

Les points $C,\ E,\ B$ et $D,\ E,\ A$ sont alignés dans cet ordre.

D'une part : $\dfrac{CE}{EB} = \dfrac{1,6}{3,4} = \dfrac{8}{17}$

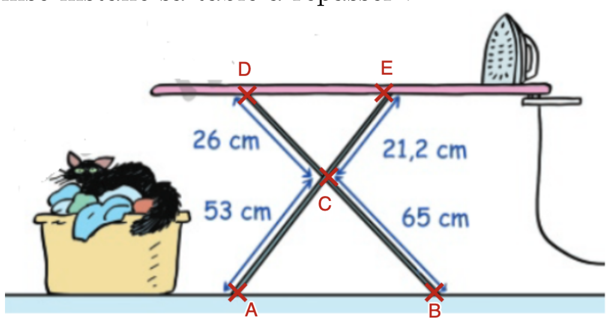
D'autre part : $\dfrac{DE}{EA} = \dfrac{1,2}{2,8} = \dfrac{3}{7}$

On a : $\dfrac{CE}{EB} \neq \dfrac{DE}{EA}$

Donc : d'après la contraposée du théorème de Thalès (CE) et (AB) ne sont pas parallèles.

Exercice 10

Denise installe sa table à repasser :



► La table à repasser est-elle bien horizontale ?

Il n'y a pas de nom sur les points de cette figure, on commence par les nommer.

Les points $D,\ C,\ B$ et $E,\ C,\ A$ sont alignés dans cet ordre.

D'une part : $\dfrac{DC}{CB} = \dfrac{26}{65} = 0,4$

D'autre part : $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{21,2}{53} = 0,4$

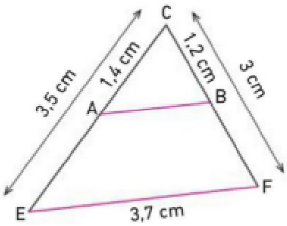
On a : $\dfrac{DC}{CB} = \dfrac{CE}{CA}$

Donc : d'après la réciproque du théorème de Thalès $(DE) \mathbin{/\!/} (AB)$.

La table à repasser est bien horizontale.

Exercice 11

On considère la figure suivante :



1. Démontrer que (AB) et (EF) sont parallèles.

2. Calculer la longueur de $[AB]$.

1. Les points C, A, E et C, B, F sont alignés dans cet ordre.

D'une part : $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{1,4}{3,5} = \dfrac{2}{5}$

D'autre part : $\dfrac{CB}{CF} = \dfrac{1,2}{3} = \dfrac{2}{5}$

On a : $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CF}$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(AB) \mathbin{/\mkern-5mu/} (EF)$ sont parallèles.

2. On considère les triangles CAB et CEF formés par :

— Les droites (EA) et (BF) sécantes en A ;

— $(AB) \mathbin{/\mkern-5mu/} (EF)$.

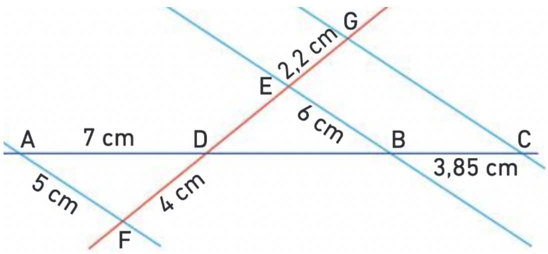
Le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF} = \frac{AB}{EF} \quad \text{soit} \quad \frac{1,4}{3,5} = \frac{1,2}{3} = \frac{AB}{3,7}$$

$$AB = \frac{CB \times EF}{CF} = \frac{1,2 \times 3,7}{3} = 1,48\ cm$$

Exercice 12

Sur cette figure, les points A, D B, C et F, D, E G sont alignés et les droites (AF) et (EB) sont parallèles.



1. Calculer DB et DE.

Les points A, D, B et F, D, E sont alignés dans cet ordre et $(AF) \mathbin{/\mkern-5mu/} (EB)$.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AD}{DB} = \frac{FD}{DE} = \frac{AF}{EB} \quad \text{soit} \quad \frac{7}{DB} = \frac{4}{DE} = \frac{5}{6}$$

$$DB = \frac{4 \times 6}{5} = 4,8\ cm$$

$$DE = \frac{7 \times 6}{5} = 8,4\ cm$$

2. Les droites (EB) et (GC) sont-elles parallèles ?

Les points D, E, G et D, B, C sont alignés dans cet ordre.

D'une part : $\dfrac{DE}{DG} = \dfrac{8,4}{10,6} = \dfrac{42}{53}$

D'autre part : $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{4,8}{8,65} = \dfrac{96}{173}$

On a : $\dfrac{DE}{DG} \neq \dfrac{DB}{DC}$

Donc : d'après la contraposée du théorème de Thalès (EB) et (GC) ne sont pas parallèles.

Exercice 13

En vacances à Grenoble, Elisa prend les œufs de la Bastille.
Au bout de $2min$ $15s$ le téléphérique s'arrête.

Départ : quai Stéhphane Jay, Grenoble (216 m)
Arrivée : Bastille (482 m)
Longueur : 700 m
Temps : 4 min
Vitesse : 2,9 m/s

► À quelle hauteur du sol Elisa se trouve-t-elle ?

Elle s'arrête au bout de $2min$ $15s$ soit au bout $135s$.

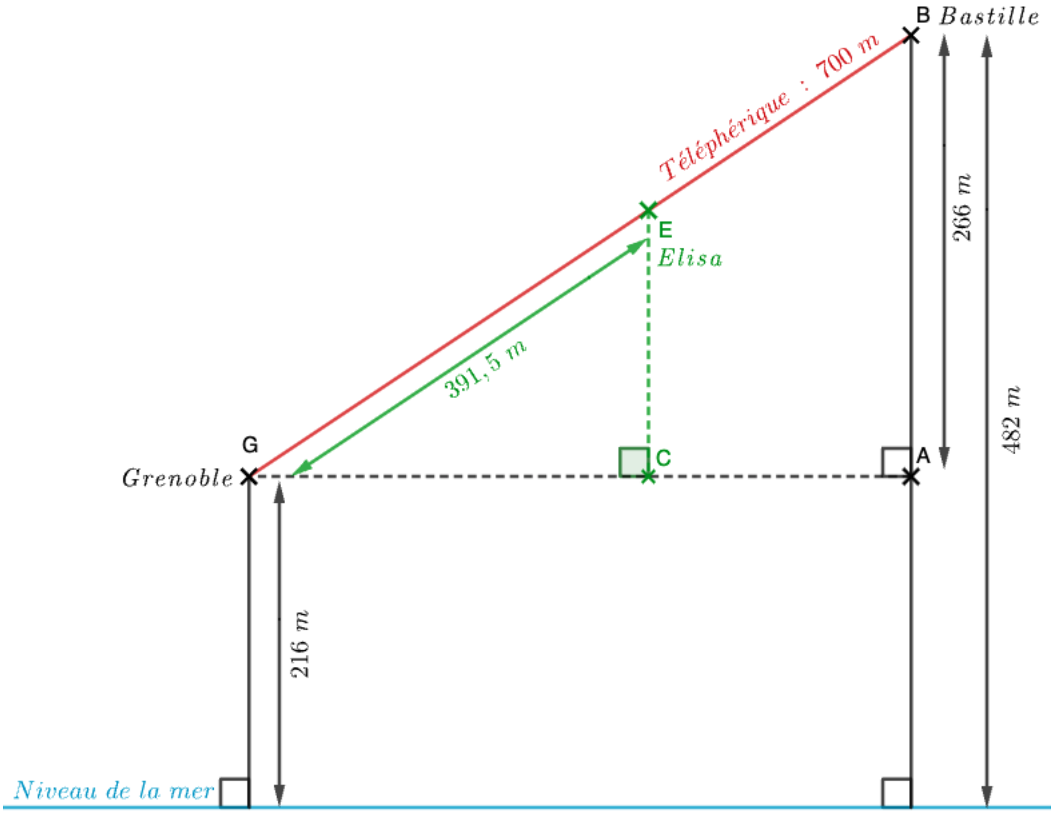
Avec une vitesse de 2,9 m/s : $2,9 \times 135 = 391,5\ m$

Sur les 700 m du téléphérique, elle s'arrête à 391,5 m.

Les hauteurs données pour les villes de Grenoble et Bastille correspondent à la hauteur de ces villes par rapport au niveau de la mer.

Faisons un schéma pour illustrer la situation

On ajoute les points et les codages nécessaires.



Le segment $[GA]$, en pointillés, représente le sol par rapport à Grenoble.

On cherche donc la longueur EC.

$BA \;=\; 482 - 216 \;=\; 266\ m$

On a : $(EC) \perp (GA)$ et $(BA) \perp (GA)$

Or : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.

Donc : $(EC) \mathbin{/\mkern-5mu/} (BA)$

— Les droites (BE) et (AC) sécantes en G ;
— $(EC) \mathbin{/\mkern-5mu/} (BA)$.

Le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{GC}{GA} = \frac{GE}{GB} = \frac{EC}{BA} \quad \text{soit} \quad \frac{GC}{GA} = \frac{391,5}{700} = \frac{EC}{266}$$

$$EC = \frac{266 \times 391,5}{700} \;=\; 148,77\ m$$

Elisa se trouve à 148,77 mètres du sol.