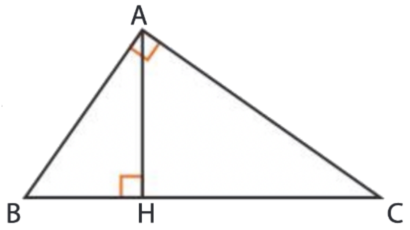
Chapitre 7

Trigonométrie : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

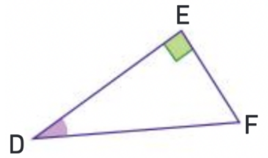


Compléter le tableau suivant :

Angles	Côté opposé	Côté adjacent
$\widehat{CBA}$	$[AC]$	$[AB]$
$\widehat{HAC}$	$[HC]$	$[HA]$
$\widehat{HBA}$	$[HA]$	$[HB]$
$\widehat{BCA}$	$[BA]$	$[AC]$
$\widehat{ACH}$	$[AH]$	$[AC]$
$\widehat{BAH}$	$[BH]$	$[AH]$

Exercice 2

1. Dans ce triangle rectangle, écrire $sin(\widehat{FDE})$, $cos(\widehat{FDE})$ et $tan(\widehat{FDE})$ en utilisant les longueurs DE, DF et EF .



$$sin(\widehat{FDE}) = \frac{EF}{DF} \qquad cos(\widehat{FDE}) = \frac{ED}{DF}$$

$$tan(\widehat{FDE}) = \frac{EF}{ED}$$

2. Dans le triangle OJS rectangle en O, écrire $cos(\widehat{OIJ})$, $sin(\widehat{OIJ})$ et $tan(\widehat{OIJ})$ en fonction des longueurs des côtés du triangle.

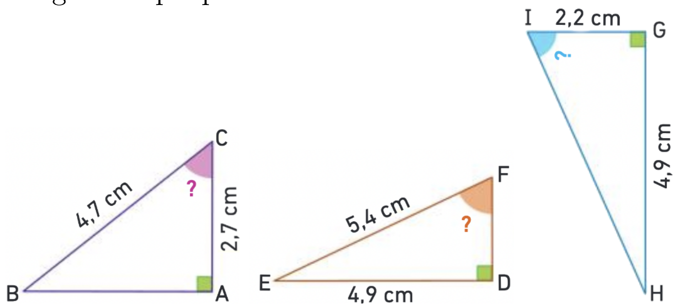
→ Faire un schéma du triangle pour éviter les confusions !

$$sin(\widehat{OIJ}) = \frac{OJ}{IJ} \qquad cos(\widehat{OIJ}) = \frac{OI}{IJ}$$

$$tan(\widehat{OIJ}) = \frac{OJ}{IO}$$

Exercice 3

Dans chaque cas, déterminer au dixième la mesure de l'angle marqué par « ? ».



1. ABC est un triangle rectangle en A.
On connaît la longueur de l'hypoténuse et celle du côté adjacent à l'angle $\widehat{BCA}$, on utilise le cosinus.

$$cos(\widehat{BCA}) = \frac{CA}{CB} = \frac{2,7}{4,7}$$

<u>Ainsi :</u> $\widehat{BCA} = Arccos\left(\frac{2,7}{4,7}\right) \simeq 54,9°$

2. FDE est un triangle rectangle en D.
On connaît la longueur de l'hypoténuse et celle du côté opposé à l'angle $\widehat{EFD}$, on utilise le sinus.

$$sin(\widehat{EFD}) = \frac{ED}{EF} = \frac{4,9}{5,4}$$

<u>Ainsi :</u> $\widehat{EFD} = Arcsin\left(\frac{4,9}{5,4}\right) \simeq 65,1°$

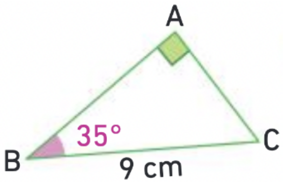
3. IGH est un triangle rectangle en G.
On connaît la longueur du côté adjacent et celle du côté opposé à l'angle $\widehat{GIH}$, on utilise la tangente.

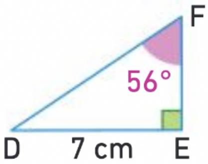
$$tan(\widehat{HIG}) = \frac{GH}{IG} = \frac{4,9}{2,2}$$

<u>Ainsi :</u> $\widehat{EFD} = Arctan\left(\frac{4,9}{2,2}\right) \simeq 65,8°$

Exercice 4

Dans chaque cas, déterminer les deux longueurs manquantes dans le triangle.

1. 

2. 

1. ABC est rectangle en A.

Déterminons AC :

$[AC]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{CBA}$, on connaît la longueur de l'hypoténuse, on utilise le sinus.

$sin(\widehat{CBA}) = \dfrac{AC}{BC}$ soit $sin(35°) = \dfrac{AC}{9}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{sin(35°)}{1} = \dfrac{AC}{9}$

Donc : $AC = sin(35°) \times 9 \simeq 5,2\ cm$

Déterminons BA :

$[BA]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{CBA}$, on connaît la longueur de l'hypoténuse, on utilise le cosinus.

$cos(\widehat{CBA}) = \dfrac{BA}{BC}$ soit $cos(35°) = \dfrac{BA}{9}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{cos(35°)}{1} = \dfrac{BA}{9}$

Donc : $BA = cos(35°) \times 9 \simeq\ 7,4\ cm$

2. FED est rectangle en E.

Déterminons FE :

$[FE]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{DFE}$, on connaît la longueur du côté opposé on utilise la tangente.

$tan(\widehat{DFE}) = \dfrac{DE}{FE}$ soit $tan(56°) = \dfrac{7}{FE}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{tan(56°)}{1} = \dfrac{7}{FE}$

Donc : $FE = \dfrac{7}{tan(56°)} \simeq 4,7\ cm$

Déterminons DF :

$[DF]$ est l'hypoténuse, on connaît la longueur du côté opposé à l'angle $\widehat{DFE}$, on utilise le sinus.

$sin(\widehat{DFE}) = \dfrac{DE}{DF}$ soit $sin(56°) = \dfrac{7}{DF}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{sin(56°)}{1} = \dfrac{7}{DF}$

Donc : $DF = \dfrac{7}{sin(56°)} \simeq 8,4\ cm$

Exercice 5

1. Le triangle MNO est rectangle en M.

$NO = 11,7\ cm$ et $\widehat{MON} = 57°$.

Calculer MN et MO.

→ Faire un schéma pour visualiser.

MNO est rectangle en M

Déterminons MN :

$[MN]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{MON}$, on connaît la longueur de l'hypoténuse, on utilise le sinus.

$sin(\widehat{MON}) = \dfrac{MN}{NO}$ soit $sin(57°) = \dfrac{MN}{11,7}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{sin(57°)}{1} = \dfrac{MN}{11,7}$

Donc : $MN = sin(57°) \times 11,7 \simeq 9,8\ cm$

Déterminons MO :

$[MO]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{MON}$, on connaît la longueur de l'hypoténuse, on utilise le cosinus.

$cos(\widehat{MON}) = \dfrac{MO}{NO}$ soit $cos(57°) = \dfrac{MO}{11,7}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{cos(57°)}{1} = \dfrac{MO}{11,7}$

Donc : $MO = cos(57°) \times 11,7 \simeq\ 6,4\ cm$

2. Le triangle PQR est rectangle en P.

$PR = 8\ cm$ et $\widehat{PQR} = 23°$.

Calculer QP et QR.

PQR est rectangle en P.

Déterminons QP :

$[QP]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{PQR}$, on connaît la longueur du côté opposé on utilise la tangente.

$tan(\widehat{PQR}) = \dfrac{RP}{QP}$ soit $tan(23°) = \dfrac{8}{QP}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{tan(23°)}{1} = \dfrac{8}{QP}$

Donc : $QP = \dfrac{8}{tan(23°)} \simeq 18,8\ cm$

Déterminons QR :

$[QR]$ est l'hypoténuse, on connaît la longueur du côté opposé à l'angle $\widehat{PQR}$, on utilise le sinus.

$sin(\widehat{PQR}) = \dfrac{PR}{QR}$ soit $sin(23°) = \dfrac{8}{QR}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{sin(23°)}{1} = \dfrac{8}{QR}$

Donc : $QR = \dfrac{8}{sin(23°)} \simeq 20,5\ cm$

Exercice 6

1. Le triangle GHI est rectangle en G.
$GH = 4,8\ m$ et $HI = 9,1\ cm$

a. Déterminer la mesure de $\widehat{GHI}$, arrondies au degré.

GHI est un triangle rectangle en G.

On connaît la longueur de l'hypoténuse et celle du côté adjacent à l'angle $\widehat{GHI}$, on utilise le cosinus.

$$cos(\widehat{GHI}) = \frac{GH}{HI} = \frac{4,8}{9,1}$$

Ainsi : $\widehat{GHI} = Arccos\left(\frac{4,8}{9,1}\right) \simeq 58°$

b. En déduire une valeur approchée de $\widehat{GIH}$.

La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180°.

Donc : $\widehat{GIH} = 180 - 90 - 58 = 32°$

2. Le triangle JKL est rectangle en K.
$JK = 3,24\ dm$ et $JL = 57,9\ cm$

Déterminer les mesures des deux autres angles, arrondies au degré.

On déterminer un des deux angles avec la trigonométrie puis on peut en déduire le second rapidement.

Attention aux unités : $JK = 32,4\ cm$

Déterminons la mesure de $\widehat{KLJ}$.

KLJ est un triangle rectangle en K.

On connaît la longueur de l'hypoténuse et celle du côté opposé à l'angle $\widehat{KLJ}$, on utilise le sinus.

$$sin(\widehat{KLJ}) = \frac{JK}{JL} = \frac{32,4}{57,9}$$

Ainsi : $\widehat{KLJ} = Arcsin\left(\frac{32,4}{57,9}\right) \simeq 34°$

La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180°.

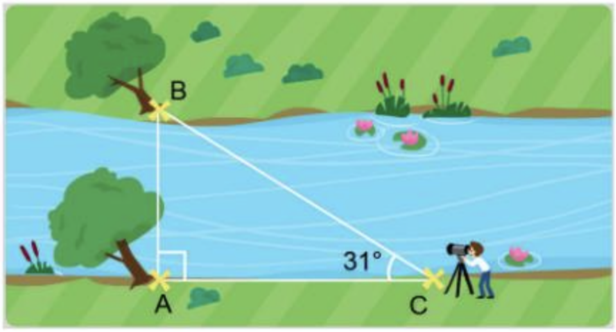
Donc : $\widehat{KJL} = 180 - 90 - 34 = 56°$

Remarques :

- On peut commencer par déterminer $\widehat{KJL}$ en utilisant le cosinus puis en déduire $\widehat{KLJ}$ de la même façon.

- On peut effectuer les calculs en ayant les mesures en dm, $JL = 57,9\ cm = 5,79\ dm$, les résultats seront identiques.

Exercice 7



Enzo se trouve à 100 mètres de l'arbre A.

1. Quelle est la largeur de la rivière ?

On sait que $AC = 100\ m$ et $\widehat{ACB} = 31°$.

On cherche la longueur AB.

ABC est rectangle en A

$[AB]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$, on connaît la longueur du côté adjacent $[AC]$, on utilise la tangente.

$$tan(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{AC} \quad \text{soit} \quad tan(31°) = \frac{AB}{100}$$

On peut aussi l'écrire : $tan(31°)\ \frac{tan(31°)}{1} = \frac{AB}{100}$

$AB = 100 \times \tan(31°) \simeq 60\ m$

2. À quelle distance du second arbre se trouve-t-il ?

On cherche la longueur BC.

$[BC]$ est l'hypoténuse, on a $\widehat{ACB} = 31°$ et on connaît la longueur du côté adjacent à cet angle, on utilise le cosinus.

$$cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC} \quad \text{soit} \quad cos(31°) = \frac{100}{BC}$$

On peut aussi l'écrire : $\frac{cos(31°)}{1} = \frac{100}{BC}$

Ainsi : $BC = \frac{100}{cos(31°)} \simeq 116,7\ m$

Remarques :

- On aurait pu utiliser le *sinus* car on connaît le côté opposé grâce à la question 1.

Cependant, comme 60 m est une valeur approchée, notre résultat sera moins précis (on trouve $\simeq 116,5$).

- On peut déterminer BC en utilisant le théorème de Pythagore (ayant déjà AC et AB.

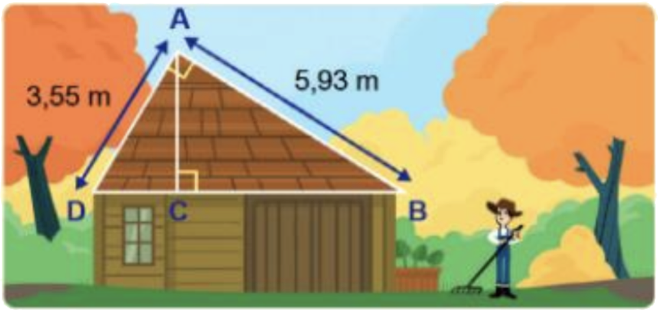
Cependant, comme 60 m est une valeur approchée ...

Reprendre le 60 mètres trouvé à la question 1 et faire l'une des deux méthodes mentionnées en remarque reste une très bonne démarche en soit, la différence sera minime à la fin (surtout si l'on prend $\simeq 60,1$).

En général si l'on peut éviter de réutiliser les valeurs approchées c'est toujours mieux !

Exercice 8

Madame Vierezet veut installer des panneaux solaires sur le toit de son cabanon.



L'installateur de panneaux solaires lui dit que, pour une production optimale, il faudrait que les panneaux aient une inclinaison par rapport à l'horizontale comprise entre 30° et 35°.

1. Vaut-il mieux qu'elle installe les panneaux solaires du côté $[AD]$ et $[AB]$?

Il faut déterminer la mesure des angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ADB}$

ABD est rectangle en A.

Déterminons $\widehat{ABD}$: $tan(\widehat{ABD}) = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{3,55}{5,93}$

Ainsi : $\widehat{ABD} = Arctan\left(\dfrac{3,55}{5,93}\right) \simeq 30,9°$

Déterminons $\widehat{ADB}$:

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égales à 180^circ.

Donc : $\widehat{ADB} = 180° - 90° - 30,9° = 59,1$

Il vaut mieux installer les panneaux sur le côté $[AB]$.

On aurait aussi pu commencer par déterminer $\widehat{ADB}$. On pouvait aussi déterminer les deux angles avec la trigonométrie mais cela fait perdre un peu de temps.

2. Calculer la hauteur AC du toit.

On se place dans le triangle ABC rectangle en C.

On connaît l'angle $\widehat{ABC}$ (question 1) et on connaît la longueur AB (hypoténuse) et on cherche AC (opposé).

On utilise le *sinus*.

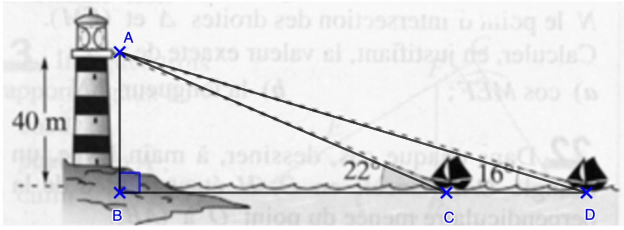
$sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB}$ soit $sin(30,9) = \dfrac{AC}{5,93}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{sin(30,9°)}{1} = \dfrac{AC}{5,93}$

Ainsi : $AC = sin(30,9°) \times 5,93 \simeq 3,05\ m$

On pouvait aussi considérer le triangle ADC rectangle en C et utiliser l'angle $\widehat{ADC}$.

Exercice 9



1. À quelle distance de la plage se trouve le premier bateau ?

On cherche la distance BC.

Le triangle ABC est rectangle en B, on connaît l'ange $\widehat{ACB}$ et la longueur de son côté opposé.

On cherche le côté adjacent, on utilise donc la tangente.

$tan(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{BC}$ soit $tan(22) = \dfrac{40}{BC}$

On peut aussi l'écrire : $\dfrac{tan(22°)}{1} = \dfrac{40}{BC}$ Ainsi : $BC = \dfrac{4\ldots}{tan\ldots}$

Le premier bateau se trouve à environ 99 mètres de la plage.

2. Quelle distance sépare ces deux bateaux ?

Pour déterminer la distance DC il faut déterminer la distance BD.

Le triangle ABD est rectangle en B, on connaît l'ange $\widehat{ADB}$ et la longueur de son côté opposé.

On cherche le côté adjacent, on utilise donc la tangente.

$tan(\widehat{ADB}) = \dfrac{AB}{BD}$ soit $tan(16) = \dfrac{40}{BD}$

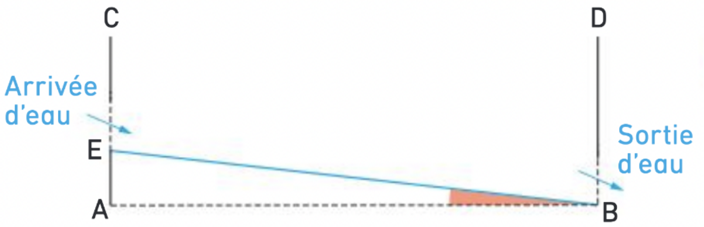
On peut aussi l'écrire : $\dfrac{tan(16°)}{1} = \dfrac{40}{BD}$ Ainsi : $BD = \dfrac{\ldots}{tan\ldots}$

$139 - 99 = 40$

Environ 40 mètres séparent ces deux bateaux.

Exercice 10

On a schématisé un bassin d'aquaculture par une vue de côté. Le fond du bassin est représenté par le segment $[EB]$ et doit être en pente.



$CE = 2,8\ m,\ CA = DB = 3,2\ m$ et $AB = 150\ m$.

Le bassin est bien construit quand l'angle $\widehat{EBA}$ est compris entre 0,1° et $0,2°$.

► Ce bassin est-il bien construit ?

On suppose le bassin rectangulaire, donc EAB est un triangle rectangle en A.

On cherche à déterminer l'angle $\widehat{ABE}$.

On connaît le côté opposé : $EA = 3,2-2,8 = 0,4\ m$

On connaît le côté adjacent : $AB = 150\ m$.

On utilise la tangente : $tan(\widehat{EBD}) = \dfrac{EA}{AB} = \dfrac{0,4}{150}$

Ainsi : $\widehat{EBD} = Arctan\left(\dfrac{0,4}{150}\right) \simeq 0,15°$

Le bassin est bien construit.