

Chapitre 6

CALCUL LITTÉRAL : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

Réécrire ces expressions littérales en simplifiant les signes \times .

$$A = 4 \times x + 13 \times (2 - x) - x \times (2 + 6x)$$

$$A = 4x + 13(2 - x) - x(2 + 6x)$$

$$B = 3,2 \times 2 \times y - 4 + y \times (5 + y)$$

$$B = 3,2 \times 2y - 4 + y(5 + y)$$

$$C = 0,5 + (3 - 5 \times x - 3 \times x) + 17 \times 2 \times x$$

$$C = 0,5(3 - 5x - 3x) + 17 \times 2x$$

Exercice 2

$$1. H = 8x - 6 + 5x + 2.$$

Donner la valeur de cette expression littérale pour :

$$x = -2 \quad \text{et} \quad x = 2,5$$

Pour $x = -2$:

$$H = 8 \times -2 - 6 + 5 \times (-2) + 2$$

$$H = -16 - 6 - 10 + 2$$

$$H = -30$$

Pour $x = 2,5$:

$$H = 8 \times 2,5 - 6 + 5 \times 2,5 + 2$$

$$H = 20 - 6 + 12,5 + 2$$

$$H = 28,5$$

$$2. J = -12 - 8y - 5 + y - 4.$$

Donner la valeur de cette expression littérale pour :

$$y = 5 \quad \text{et} \quad y = -1$$

Pour $y = 5$:

$$J = -12 - 8y - 5 + y - 4$$

$$J = -12 - 8 \times 5 - 5 + 5 - 4$$

$$J = -12 - 40 - 5 + 5 - 4$$

$$J = -56$$

Pour $y = -1$:

$$J = -12 - 8y - 5 + y - 4$$

$$J = -12 - 8 \times (-1) - 5 - 1 - 4$$

$$J = -12 + 8 - 5 - 1 - 4$$

$$J = -14$$

Exercice 3

Développer les expressions suivantes :

$$A = 4(x + 7)$$

$$B = 7x(x - 3)$$

$$A = 4 \times x + 4 \times 7$$

$$B = 7x \times x - 7x \times 3$$

$$A = 4x + 28$$

$$B = 7x^2 - 21x$$

$$C = 3a(x - 4)$$

$$D = x(6x + 9)$$

$$C = 3a \times x - 3a \times 4$$

$$D = x \times 6x + x \times 9$$

$$C = 3ax - 12a$$

$$D = 6x^2 + 9x$$

$$E = 10x(5 - 3,3x)$$

$$F = 2,5x(7 - 6x)$$

$$E = 10x \times 5 - 10x \times 3,3x$$

$$F = 2,5x \times 7 - 2,5x \times 6x$$

$$E = 50x - 33x^2$$

$$F = 17,5x - 15x^2$$

$$G = -2(-9x + 10)$$

$$H = -9y(5ay - 10y)$$

$$G = -2 \times (-9x) + (-2) \times 10$$

$$H = -9y \times 5ay - 9y \times 10y$$

$$G = 18x - 20$$

$$H = -45ay^2 + 90y^2$$

$$I = 10bx(-14xa - 8b)$$

$$J = -4y(-12yx - 15bay)$$

$$I = 10bx \times (-14ax) - 10bx \times 8b$$

$$J = -4y \times (-12yx) - 4y \times 15bay$$

$$I = -140bax^2 - 80xb^2$$

$$J = 48xy^2 + 60bay^2$$

Exercice 4

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 4x + 8$$

$$B = 49 - 7x$$

$$A = 4 \times x + 4 \times 2$$

$$B = 7 \times 7 - 7 \times x$$

$$A = 4(x + 2)$$

$$B = 7(7 - x)$$

$$C = 3x^2 + 6$$

$$D = x^2 - 27x$$

$$C = 3 \times x^2 + 3 \times 2$$

$$D = x \times x - x \times 27$$

$$C = 3(x^2 + 2)$$

$$D = x(x - 27)$$

$$E = 25x + 15x^2$$

$$F = 36x^2 - 64x$$

$$E = 5x \times 5 + 5x \times 3x$$

$$F = 4x \times 9x - 4x \times 16$$

$$E = 5x(5 + 3x)$$

$$F = 4x(9x - 16)$$

$$G = 4x + 20x^2$$

$$H = 35xb^2 - 5b^2$$

$$G = 4x \times 1 + 4x \times 5x$$

$$H = 5b^2 \times 7x - 5b^2 \times 1$$

$$G = 4x(1 + 5x)$$

$$H = 5b^2(7x - 1)$$

$$I = 42xy^2 + 36yx^2$$

$$J = 12ab^2 - 36ba^2$$

$$I = 6yx \times 7y + 6yx \times 6x$$

$$J = 12ab \times b - 12ab \times 3a$$

$$I = 6yx(7x + 6x)$$

$$J = 12ab(b - 3a)$$

Exercice 5

Réduire au maximum les expressions suivantes :

$$A = 8x + 10x + 4 + 9 + 6x + 7$$

$$A = 24x + 20$$

$$B = 5y + 9 + 3y + 4 + 7y + 2 + y$$

$$B = 16y + 15$$

$$C = 11z + 12 + 5z - 5 + 3z + z + z$$

$$C = 21z + 7$$

$$D = 5 - 6z + 8z - 10 + 7$$

$$D = 2z + 2$$

$$E = 12a + 5x + a + 6 - 2x - 10 - x$$

$$E = 13a + 2x - 4$$

$$F = 100m + 7x - 30m - 12 + 13x - 90 - 25m$$

$$F = 45m + 20x - 102$$

Exercice 6

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 3t^2 + 4t + 7 + 8t + 10$$

$$A = 3t^2 + 12t + 17$$

$$B = 7x - 6 + 8x^2 + 12 - 10x^2 - 13x$$

$$B = -2x^2 - 6x + 6$$

$$C = 2,5y + 10y - 5y^2 + 2,2 - 7y + 7,3$$

$$C = -5y^2 + 5,5y + 9,5$$

$$D = x + 6x^2 - 11,5x - 7,3 - 6,2x + 7x^2 - 1,8x$$

$$D = 13x^2 - 18,5x - 7,3$$

$$E = -3 - 26y + 3y^2 - 5,5y^2 + 2y - 9,5 + 7y$$

$$E = -2,5y^2 - 17y - 12,5$$

$$F = -5b + 6x^2 - 12x - b + 8 - 4x^2 + 10b - 14 - x^2$$

$$F = x^2 - 12x + 4x - 6$$

Exercice 7

Supprimer les parenthèses dans les expressions suivantes, puis réduire.

$$A = 2x + 3 + (-3x - 10)$$

$$A = 2x + 3 - 3x - 10$$

$$A = -x - 7$$

$$B = -10x - (-4x - 10) + 5$$

$$B = -10x + 4x + 10 + 5$$

$$B = -6x + 15$$

$$C = -2k - (4k - 7 - 8k^2 + 12) - k^2 + 3$$

$$C = -2k - 4k + 7 + 8k^2 - 12 - k^2 + 3$$

$$C = 7k^2 - 6k - 2$$

$$D = 6,5x + (4x^2 - 7,5x + 3,75 - 21x) + 5$$

$$D = 6,5x + 4x^2 - 7,5x + 3,75 - 21x + 5$$

$$D = 4x^2 - 22x + 8,75$$

Exercice 8

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 4x(3x + 2) - (5x - 7,2 + 3x)$$

$$A = 12x^2 + 8x - 5x + 7,2 - 3x$$

$$A = 12x^2 + 7,2$$

$$B = 9(-2x - 8) - 5,5x + 2$$

$$B = -18x + 72 - 5,5x + 2$$

$$B = -23,5x + 74$$

$$C = 66 + 3x + (-6,8x + 5,2)$$

$$C = 66 + 3x - 6,8x + 5,2$$

$$C = -3,8x + 71,2$$

$$D = 17,5 - (-6 - 8y) - 9y$$

$$D = 17,5 + 6 + 8y - 9y$$

$$D = -y + 23,5$$

$$E = 5t(t - 7t) + (-3t - 6,7 + 7,6t) + 6(6 - 6t)$$

$$E = 5t^2 - 35t^2 - 3t - 6,7 + 7,6t + 36 - 36t$$

$$E = -30t^2 - 31,8t + 29,3$$

$$F = 12x + 2,5(x^2 - 4x) - 5x - (4x - 9 + 12x^2)$$

$$F = 12x + 2,5x^2 - 10x - 5x - 4x + 9 - 12x^2$$

$$F = -9,5x^2 - 7x + 9$$

$$G = 6,8 - (10,5z^2 + 67z) + 8z + (5 - 17z - z^2)$$

$$G = 6,8 - 10,5z^2 - 67z + 8z + 5 - 17z - z^2$$

$$G = -11,5z^2 - 76z + 11,8$$

Exercice 9

Réduire les expressions suivantes :

$$A = -2 \times (-6x) + 7 \times (-5x) + 6x^2 \div (-2)$$

$$A = 12x - 35x + 3x^2$$

$$A = 3x^2 - 23x$$

$$B = (-3) \times (-3x) + (-3x) \times (-3x) + (-3x) \times x$$

$$B = 9x + 9x^2 - 3x$$

$$B = 9x^2 + 6x$$

$$C = 2x \times (-2x^2) - 4x \times (-5x) + 6 \times 3x - 5x \times (-3)$$

$$C = -4x^3 + 20x^2 + 18x + 15x$$

$$C = -4x^3 + 20x^2 + 33x$$

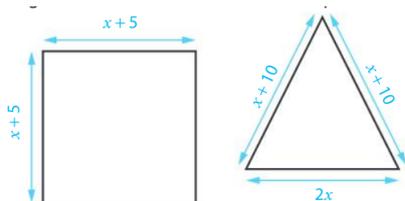
$$D = 2x \times (-5y) \times (-3x) + 7x \times (-7y) \times (-1) + 6xy \times (-x)$$

$$D = 30x^2y + 49xy - 6x^2y$$

$$D = 24x^2y + 49xy$$

Exercice 10

Soit x un nombre quelconque, on construit le carré et le triangle ci-dessous :



1. Calculer le périmètre du carré et du triangle dans le cas où $x = 6$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{carré}} &= 4 \times (6 + 5) \\ &= 4 \times 11 \\ &= 44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{triangle}} &= 2 \times 6 + 2 \times (6 + 10) \\ &= 12 + 2 \times 16 \\ &= 12 + 32 \\ &= 44 \end{aligned}$$

2. Quel est le périmètre du carré en fonction de x ?

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{carré}} &= 4 \times (x + 5) \\ &= 4x + 20 \end{aligned}$$

3. Quel est le périmètre du triangle en fonction de x ?

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{triangle}} &= 2x + 2 \times (x + 10) \\ &= 2x + 2x + 20 \\ &= 4x + 20 \end{aligned}$$

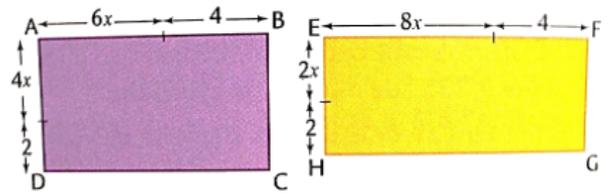
4. Déterminer l'ensemble des valeurs possibles que peut prendre x .

Il faut que $x + 5$, $x + 10$ et $2x$ soient positifs car ce sont des longueurs.

x peut donc prendre toutes les valeurs strictement supérieures à 0.

Exercice 11

Montrer que ces deux rectangles ont le même périmètre.



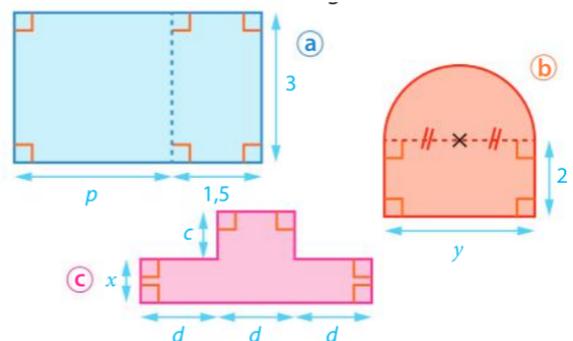
$$\begin{aligned} P_{ABCD} &= 2L + 2l \\ &= 2 \times (6x + 4) + 2 \times (4x + 2) \\ &= 12x + 8 + 8x + 2 \\ &= 20x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{EFGH} &= 2L + 2l \\ &= 2 \times (8x + 4) + 2 \times (2x + 2) \\ &= 16x + 8 + 4x + 2 \\ &= 20x + 10 \end{aligned}$$

Ces deux rectangles ont toujours le même périmètre quel que soit la valeur de x , ce périmètre est $20x + 10$.

Exercice 12

Calculer le périmètre de chacune de ces figures



$$\begin{aligned} P_a &= 2 \times 3 + 2 \times (p + 1,5) \\ &= 6 + 2p + 3 \\ &= 2p + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_b &= y + 2 + 2 + \frac{\pi \times d}{2} \\ &= y + 4 + \frac{\pi \times y}{2} \end{aligned}$$

$$P_c = 2x + 2c + 6d$$

Exercice 13

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Multiplier le par 2 • Soustraire 2 • Multiplier par le nombre de départ 	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Calculer son carré • Multiplier par 2 • Soustraire le double du nombre de départ

1. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ 5 ?

Programme A :

- 5
- $5 \times 2 = 10$
- $10 - 2 = 8$
- $8 \times 5 = 40$

Programme B :

- 5
- $5^2 = 25$
- $25 \times 2 = 50$
- $50 - 2 \times 5 = 40$

2. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ 10 ?

Programme A :

- 10
- $10 \times 2 = 20$
- $20 - 2 = 18$
- $18 \times 10 = 180$

Programme B :

- 10
- $10^2 = 100$
- $100 \times 2 = 200$
- $200 - 2 \times 10 = 180$

3. Que peut-on faire comme hypothèse ? Prouver la.

On peut supposer que ces deux programmes donnent le même résultat lorsque l'on choisit le même nombre de départ.

Soit x un nombre quelconque :

Programme A :

- x
- $x \times 2 = 2x$
- $2x - 2$
- $(2x - 2) \times x = 20x^2 - 2x$

Programme B :

- x
- x^2
- $2x^2$
- $= 20x^2 - 2x$

Avec un nombre quelconque x au départ, ces deux programmes donnent $20x^2 - 2x$.

Nous avons prouvé notre hypothèse.

Exercice 14

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Multiplier le par 2 • Ajouter 4 • Ajouter 5 fois le nombre de départ 	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Multiplier par 7 • Soustraire 11 • Ajouter 5.

1. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ 2 ?

Programme A :

- 2
- $2 \times 2 = 4$
- $4 + 4 = 8$
- $8 + 5 \times 2 = 18$

Programme B :

- 2
- $2 \times 7 = 14$
- $14 - 11 = 3$
- $3 + 5 = 8$

2. Que donne ces programmes de calcul si on choisit comme nombre de départ -3 ?

Programme A :

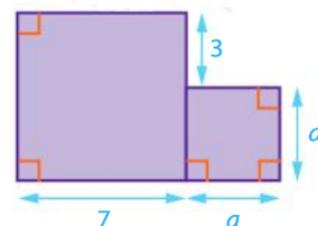
- -3
- $-3 \times 2 = -6$
- $-6 + 4 = -2$
- $-2 + 5 \times (-3) = -17$

Programme B :

- -3
- $-3 \times 7 = -21$
- $-21 - 11 = -33$
- $-33 + 5 = -28$

3. Ces deux programmes donnent-ils toujours le même résultat lorsque l'on choisit le même nombre de départ ?

Non, nous avons deux contre-exemples dans les questions 1 et 2.

Exercice 15

1. Déterminer l'expression développée et réduite du périmètre de cette figure.

$$\begin{aligned} P &= a + a + 7 + 7 + 3 + 7 + a \\ &= 3a + 24 \end{aligned}$$

2. Déterminer l'expression développée et réduite de l'aire de cette figure.

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \mathcal{A}_{\text{carre}} + \mathcal{A}_{\text{rectangle}} \\ &= a^2 + 7 \times (3 + a) \\ &= a^2 + 21 + 7a \end{aligned}$$

Exercice 16

Une salle de concert peut contenir 600 places.

Il y a x places assises et les autres sont debout. Les places debout coûtent 15€ et les places assises 25€.

1. Que représentent les expressions :

$$A = 600 - x \quad B = 25x \quad C = 15(600 - x)$$

A représente le nombre de place debout.

B représente l'argent rapporté par les places assises.

C représente l'argent rapporté par les place debout.

2. Exprime, en fonction de x la recette totale en euros si toutes les places sont occupées.

La recette totale s'obtient avec le prix des places assises et de celles debout.

$$\begin{aligned} \text{recette} &= \underbrace{25x}_{25\text{e par place assise}} + \underbrace{15(600 - x)}_{15\text{e par place debout}} \\ &= 25x + 9\,000 - 15x \\ &= 9\,000 + 10x \end{aligned}$$

3. Calcule cette recette si $x = 200$.

$$\text{recette} = 9\,000 + 10 \times 200 = 11\,000$$

4. Quel est le nombre de places assises si la salle est comble et si la recette est de 12 500 € ?

On sait que la recette est de $9\,000 + 10x$ en fonction de x .

$$\text{Donc on a : } 9\,000 + 10x = 12\,500.$$

Ainsi il faut que $10x = 3\,500$.

$$\text{En effet : } 9\,000 + \underbrace{10x}_{3\,500} = 12\,500$$

Il y a donc 350 places assises.

Ce qui fait bien $10 \times 350 = 3\,500$

Exercice 17

Thomas a une certaine somme d'argent a en euros. Paul a 2 fois plus d'argent que Thomas et Quentin a 20 euros de plus que Thomas.

Ils mettent leurs économies en commun et s'achètent un jeu à 60 €, il reste alors une somme d'argent R .

1. Exprime R en fonction de a .

Thomas : a

Paul : $2a$

Quentin : $a + 20$

$$\text{En commun : } a + 2a + a + 20 = 4a + 20$$

$$R = 4a + 20 - 60 = 4a - 40$$

2. Calcule R sachant que $a = 12,50$.

$$R = 4 \times 12,5 - 40 = 50 - 40 = 10$$