

Chapitre 7

RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

Dans le triangle AMP le côté le plus long est $[AP]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } \quad AP^2 &= 17,5^2 \\ &= 306,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autree part : } \quad AM^2 + MP^2 &= 10,5^2 + 14^2 \\ &= 110,25 + 196 \\ &= 306,25 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } AP^2 = AM^2 + MP^2$$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle AMP est rectangle en M .

Donc Ousmane a raison.

Exercice 2

Dans chaque cas, déterminer si oui ou non les triangles sont rectangles.

Si oui, préciser en quel point.

1. Le triangle XYZ avec :

$$XY = 3,9\text{cm}, \quad XZ = 5,2\text{cm} \quad \text{et} \quad YZ = 6,5\text{cm}.$$

Dans le triangle XYZ le côté le plus long est $[YZ]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } \quad YZ^2 &= 6,5^2 \\ &= 42,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autree part : } \quad XY^2 + XZ^2 &= 3,9^2 + 5,2^2 \\ &= 15,21 + 27,04 \\ &= 42,25 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } YZ^2 = XY^2 + XZ^2$$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle XYZ est rectangle en X .

2. Le triangle PUF avec :

$$PU = 3,6\text{dm}, \quad UF = 42\text{cm} \quad \text{et} \quad PF = 5,5\text{cm}.$$

$$3,6 \text{ dm} = 36 \text{ cm}$$

Dans le triangle PUF le côté le plus long est $[UF]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } \quad UF^2 &= 42^2 \\ &= 1764 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autree part : } \quad PU^2 + PF^2 &= 36^2 + 5,5^2 \\ &= 1296 + 30,25 \\ &= 1326,25 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } UF^2 \neq PU^2 + PF^2$$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle PUF n'est pas rectangle.

3. Le triangle LDF avec :

$$LD = 2,3\text{m}, \quad DF = 5,6\text{m} \quad \text{et} \quad LF = 6\text{m}.$$

Dans le triangle LDF le côté le plus long est $[LF]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } \quad LF^2 &= 6^2 \\ &= 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autree part : } \quad LD^2 + DF^2 &= 2,3^2 + 5,6^2 \\ &= 5,29 + 31,36 \\ &= 36,65 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } LF^2 \neq LD^2 + DF^2$$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle LDF n'est pas rectangle.

Exercice 3

1. Dans le triangle AOB le côté le plus long est $[AB]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } AB^2 &= 6,5^2 \\ &= 42,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } AO^2 + BO^2 &= 3,3^2 + 5,6^2 \\ &= 10,89 + 31,36 \\ &= 42,25 \end{aligned}$$

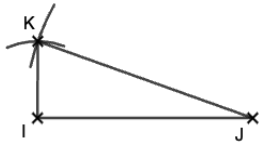
$$\text{On a : } AB^2 = AO^2 + BO^2$$

Donc : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle AOB est rectangle en O .

2. $ABCD$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent perpendiculairement (d'après la question précédente), c'est donc un losange.

Exercice 4

1.



2. Le triangle IKJ semble rectangle en I .

3. Dans le triangle IJK le côté le plus long est $[KJ]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } KJ^2 &= 3,7^2 \\ &= 13,69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } IJ^2 + IK^2 &= 3,4^2 + 1,2^2 \\ &= 10,24 + 1,44 \\ &= 11,68 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } KJ^2 \neq IJ^2 + IK^2$$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle IJK n'est pas rectangle.

Notre hypothèse était donc fausse.

Exercice 5

1. • Calcul de DM :

Le triangle ADM est rectangle en D , le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} AM^2 &= AD^2 + DM^2 \\ 32^2 + 19,2^2 + DM^2 \\ 1024 &= 368,64 + DM^2 \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } DM^2 = 1024 - 368,64 = 655,36.$$

Comme DM est une longueur :

$$DM = \sqrt{655,36} = 25,6 \text{ cm}$$

• Calcul de CM :

Les points D , C et M sont alignés donc :

$$CM = DC - DM = 40 - 25,6 = 14,4 \text{ cm}$$

• Calcul de BM :

Le triangle BMC est rectangle en C , le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned} BM^2 &= CB^2 + CM^2 \\ BM^2 + 19,2^2 + 14,4^2 \\ BM^2 &= 368,64 + 207,36 \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } BM^2 = 576.$$

Comme BM est une longueur :

$$BM = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

2. Dans le triangle ABM , le côté le plus long est $[AB]$.

$$\text{D'une part : } AB^2 = 40^2 = 1600$$

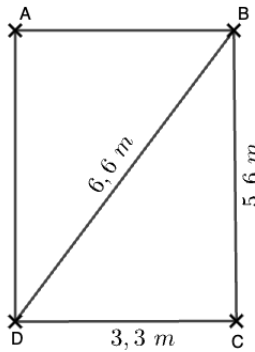
$$\text{D'autre part : } AM^2 + BM^2 = 1600$$

$$\text{On a : } AB^2 = AM^2 + BM^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABM est rectangle en M .

Exercice 6

On peut commencer par faire un schéma :



Vérifions si le triangle BCD est rectangle en C :
Dans le triangle BCD le côté le plus long est $[BD]$.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } \quad BD^2 &= 43,56^2 \\ &= 13,69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } BC^2 + DC^2 &= 5,6^2 + 3,3^2 \\ &= 31,36 + 10,89 \\ &= 42,23 \end{aligned}$$

$$\text{On a : } BD^2 \neq BC^2 + DC^2$$

Donc : D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle BCD n'est pas rectangle.

Émilie a donc raison.

Exercice 7

Pour vérifier si les bordures sont perpendiculaires au sol, il faut vérifier si les bordures, représentées en gris, forme un angle droit.

On note $AB = 72\text{cm}$ $BC = 55\text{cm}$ $AC = 90\text{cm}$.

Le côté le plus long est $[AC]$.

$$\text{D'une part : } AC^2 = 90^2 = 8100.$$

$$\text{D'autre part : } AB^2 + BC^2 = 72^2 + 55^2 = 8209.$$

$$\text{On a : } AC^2 \neq AB^2 + BC^2$$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

Les bordures ne sont pas perpendiculaires au sol.

Exercice 8

On note le triangle ABC sur l'image tel que :

$$AB = 16 \quad AC = 12 \quad BC = 21$$

Si ce triangle n'est pas rectangle, cela signifie que l'angle n'est pas droit et donc cela explique pourquoi les stylos roulent et tombent.

Vérifions si ce triangle ABC est rectangle :

Le côté le plus long est $[BC]$ ($BC = 21$)

$$\text{D'une part : } BC^2 = 21^2 = 441$$

$$\text{D'autre part : } AC^2 + AB^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400.$$

$$\text{On a : } BC^2 \neq AC^2 + AB^2.$$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle. C'est donc pour cette raison que les stylos tombent.

Exercice 9

Pour savoir si l'étagère est bien horizontale, il faut vérifier si le triangle STP est rectangle en T .

Dans le triangle STP le plus long côté est $[SP]$.

$$\text{D'une part : } SP^2 = 37,4^2 = 1398,76.$$

$$\text{D'autre part : } TP^2 + TS^2 = 33^2 + 17,6^2 = 1398,76.$$

$$\text{On a : } SP^2 = TP^2 + TS^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle STP est rectangle en T .

L'étagère est bien horizontale.