

COURS DE MATHÉMATIQUES

Chapitre n° 8 : Statistiques

Niveau : Cinquième (Rappels) et Quatrième

Année scolaire

2024 - 2025

Notions abordées :

- Effectifs, fréquences, indicateurs de position : moyenne, médiane,
- Recueillir des données, les organiser,
- Lire et interpréter des données sous forme de données brutes, de tableau, de diagrammes,
- Utiliser un tableur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme,
- Calculer et interpréter des indicateurs de position d'une série statistique.

Compétences évaluées :

- Recueillir et organiser des données,
- Lire et interpréter des données brutes ou présentées sous forme de tableaux, de diagrammes et de graphiques,
- Représenter, sur papier ou à l'aide d'un tableur-grapheur, des données sous la forme d'un tableau, d'un diagramme ou d'un graphique,
- Calculer des effectifs et des fréquences,
- Calculer et interpréter la moyenne d'une série de données,
- Lire, interpréter et représenter des données sous forme de diagrammes circulaires,
- Calculer et interpréter la médiane d'une série de données de petit effectif total.

Chapitre n° 8 : Statistiques

Table des matières

I	Vocabulaire	2
1	Étude statistique	2
2	Effectif et fréquence	2
3	Exemple	3
II	Indicateurs de position	3
1	Moyenne	3
2	Médiane	4
3	Médiane dans un tableau	5

Chapitre n° 8 : Statistiques

La statistique peut se définir comme le traitement, l'analyse et l'interprétation mathématiques de données

I Vocabulaire

1 ÉTUDE STATISTIQUE



Définition :

On appelle **population** l'ensemble sur lequel porte une étude statistique.

Cet ensemble est noté Ω (« Oméga »).

Ω peut être un ensemble de personnes, d'animaux ou d'objets.



Définition :

On appelle **individu** tout élément de la population Ω .



Définition :

Lors d'une étude statistique, on appelle **caractère étudié** ce qui est mesuré ou observé sur les individus.

Le caractère étudié peut être :

Quantitatif : c'est une valeur numérique (âge, taille, ...);

Qualitatif : si ce n'est pas quantitatif (couleur des yeux, état d'un appareil, ...).

En résumé : Lors d'une étude statistique, on étudie un certain caractère (qualitatif ou quantitatif) sur un ensemble d'individus appelé population.

2 EFFECTIF ET FRÉQUENCE



Définition :

On appelle **modalités** les différentes valeurs que peut prendre le caractère étudié.

L'**effectif d'une modalité** est le nombre de fois où celle-ci apparaît dans l'étude



Définition :

Dans une série statistique l'**effectif total** est le nombre d'individus de la population étudiée.

On peut le définir également comme la somme de tous les effectifs de chaque modalités.



Définition :

La **fréquence** d'une modalité est le quotient de son effectif par l'effectif total : $f = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$

PROPRIÉTÉ.

- Une fréquence est **toujours comprise entre 0 et 1**.

- La somme de toutes les fréquences des caractères est égale à 1.

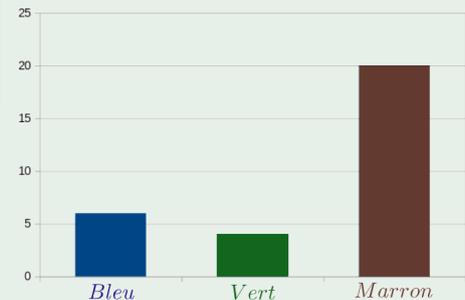
REMARQUE

Le résultat d'une étude statistique peut être présenté à l'aide d'un tableau, d'un diagramme circulaire, d'un diagramme en bâtons, d'un histogramme, etc.

3 EXEMPLE**Exemple**

Dans une classe de 4^e, on note la couleur des yeux de chaque élève.

Couleur des yeux	Bleu	Vert	Marron	Effectif total
Nombre d'élèves	6	4	20	30



La population est : une classe de 4^e
 $\Omega = \{\text{Une classe de 4}^e\}$.

Le caractère étudié est : la couleur des yeux.
 Le caractère est qualitatif.

Les modalités sont : Bleu, Vert et Marron.

L'effectif de Bleu est 6.

L'effectif de Vert est 4.

L'effectif de Marron est 20.

L'effectif total est de : $6 + 4 + 20 = 30$

La fréquence de Bleu est $f_b = \frac{6}{30} = 0,2$ $f_v = \frac{4}{30} \simeq 0,13$ $f_m = \frac{20}{30} \simeq 0,67$

Chaque fréquence est comprise entre 0 et 1 et on a : $f_b + f_v + f_m = 1$

II Indicateurs de position**1** MOYENNE**Définition :**

La **moyenne** d'une série statistique est la somme des données divisée par l'effectif total.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les prix, en euros, de 6 bracelets dans la vitrine d'une bijouterie :

95 106 97 120 112 99

On calcule la moyenne : $\frac{95 + 107 + 97 + 120 + 112 + 99}{6} = 105$

Le prix moyen de ces bracelets est de 105 €.

Le bijoutier gagnerait la même somme d'argent s'il vendait ses 6 bracelets à 105 euros chacun.



Définition :

La **moyenne pondérée** d'une série statistique est égale à la somme des produits de chaque valeur par son effectif, divisée par l'effectif total.

$$\text{moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des valeurs par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici le nombre de spams reçus en un jour, dans la boîte mail des élèves d'une classe :

Nombre de spam	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	2	1	5	2	6	8	2	2

Calculons le nombre moyen de spams reçus par ces élèves :

$$\frac{2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 3 + 2 \times 4 + 6 \times 5 + 8 \times 6 + 2 \times 7 + 2 \times 8}{2 + 1 + 5 + 2 + 6 + 8 + 2 + 2} = \frac{135}{28} \simeq 4,8$$

Les élèves ont reçu en moyenne 5 spams

2 MÉDIANE

Introduction

Voici les notes d'une classe de 31 élèves obtenu lors de leur dernier devoir de mathématiques :

Note	3	5	7	8	9	11	15	18	19	20
Nombre d'élèves	1	2	2	5	6	1	2	3	6	3

Moyenne	12,58
---------	-------

$$\text{Moyenne} = \frac{3 \times 1 + 5 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 5 + 9 \times 6 + 11 \times 1 + 15 \times 2 + 18 \times 3 + 19 \times 6 + 20 \times 3}{31} \simeq 12,58$$

La moyenne étant de 12,58, si on a seulement connaissance de cette donnée on serait tenté de dire que le devoir est assez bien réussi, pourtant au regard de la répartition des notes ce n'est pas le cas.

3 5 5 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9 9 11 15 15 18 18 18 19 19 19 19 19 20 20 20

D'où la nécessité d'un nouvel indicateur.



Définition :

Dans une série statistique, ordonnée dans l'ordre croissant ou décroissant, on appelle **médiane** un nombre qui partage cette série en deux séries de **même effectif**.

REMARQUE

Lorsque les données numériques sont rangées par ordre croissant ou décroissant, la moitié des valeurs est inférieure la médiane et la moitié des valeurs est supérieure à la médiane.

Exemples

Déterminons la médiane des séries de données suivantes :

Nombre impair de données

8	10	11	13	14	15	17	19	20
⏟					⏟			
4 données				↑	4 données			
Médiane								

Nombre pair de données

8	9	9	12	15	16	16	18	
⏟					⏟			
4 données				↑	4 données			
Médiane								

Tous les nombres entre 12 et 15 partagent la série en deux séries de même effectif.

On prend alors pour médiane la moyenne

des deux valeurs centrales : $\frac{12 + 15}{2} = 13,5$.

REMARQUES

- Contrairement à la moyenne, la médiane n'est pas sensible aux valeurs extrêmes : si on remplace 8 par 2 dans l'exemple précédent la médiane ne change pas.

- Dire « la » médiane est un abus de langage dans le cas où il y a un nombre pair de données.

3 MÉDIANE DANS UN TABLEAU

► Dans chaque cas on détermine la médiane.

Nombre de spam	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	2	3	6	3	2	6	4	2

• Effectif total : 28 → pair.

$$28 \div 2 = 14$$

La médiane est la moyenne entre la 14^e et la 15^e valeur.

14^e valeur : 4

15^e valeur : 5

$$M = \frac{4 + 5}{2} = 4,5$$

Nombre de spam	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	2	1	5	2	6	8	2	3

• Effectif total : 29 → impair.

$$\frac{29 + 1}{2} = 15$$

La médiane est la 15^e valeur soit : 5.