Cours de Mathématiques

Chapitre n° 6 : Cercle et médiatrice

Niveau : Sixième

Année scolaire

2024 - 2025

Notions abordées :

— Cercle : définition et construction ;
— Médiatrice d'un segment, propriété ;
— Construction de médiatrices ;
— Exercices de démonstration.

Compétences évaluées :

— Construction d'un cercle (rayon et diamètre) ;
— Connaître, reconnaître et savoir coder la définition de la médiatrice d'un segment, ainsi que sa caractérisation ;
— Savoir se servir de la définition de la médiatrice d'un segment ou de sa caractérisation pour la tracer à l'aide des instruments adéquats.

Chapitre n° 6 : Cercle et médiatrice

Table des matières

Chapitre n° 6 : Cercle et médiatrice

I Définitions

Définition :

Soit O un point du plan et r un nombre strictement positif ($r > 0$).
Le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance r du point O.
Cette distance commune à tous les points du cercle s'appelle **le** rayon.

Définitions :

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon r.

Un rayon du cercle est un segment dont les extrémités sont un point du cercle et le centre du cercle.

Une corde est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle.
Autrement dit : $[AB]$ est une corde de $\mathscr{C}$ si $A \in \mathscr{C}$ et $B \in \mathscr{C}$.

Un diamètre est une corde passant par le centre du cercle.
Autrement dit : $[AB]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$ si $A \in \mathscr{C}$ et $B \in \mathscr{C}$ et $O \in [AB]$

Le diamètre d'un cercle est la longueur des diamètres de ce cercle.

Un arc de cercle est une partie du cercle comprise entre deux points de ce cercle.

REMARQUES

- Quand deux points ne sont pas diamétralement opposés sur un cercle ils forment deux arcs de longueurs différentes. L'un des arcs est plus petit qu'un demi-cercle et l'autre plus grand qu'un demi-cercle.
- Il ne faut pas confondre **un** rayon d'un cercle, qui désigne un segment et **le** rayon d'un cercle qui désigne la longueur commune à l'ensemble des rayons d'un cercle.

PROPRIÉTÉ.
Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon r.
Le diamètre du cercle $\mathscr{C}$, noté d, est égal au double du rayon de ce cercle. $d = 2 \times r = 2r$.

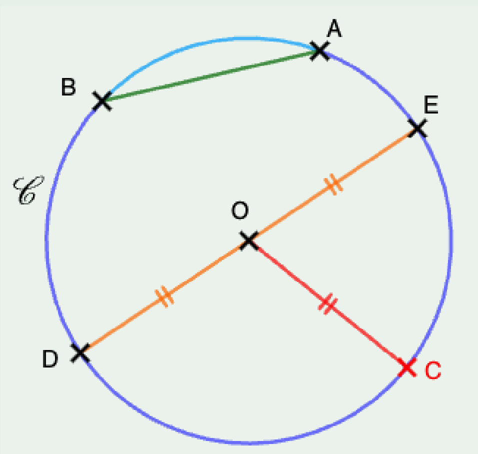
Exemple

Voici un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon $r =$ cm.
Le rayon de $\mathscr{C}$ est cm
$[OC]$ est **un** rayon du cercle. $OC =$ cm

$[BA]$ est une corde du cercle.
En effet : $A \in \mathscr{C}$ et $B \in \mathscr{C}$

$[DE]$ est un diamètre du cercle.
En effet : $D \in \mathscr{C}$ et $E \in \mathscr{C}$ et $O \in [DE]$
$DE = 2 \times r = 2 \times$ cm $=$ cm

$\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{AB}$ sont des arcs de cercle.



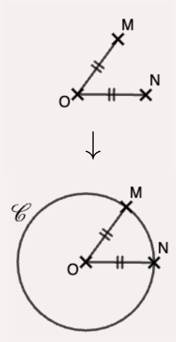
Propriété.

Deux points situés à la même distance d'un point O du plan appartiennent tous deux à un même cercle de centre O.

<u>Autrement dit :</u> Soient O, M et N trois points du plan tel que $OM = ON$

<u>Alors :</u> $M \in \mathscr{C}$ et $N \in \mathscr{C}$ où $\mathscr{C}$ et le cercle de centre O et de rayon r.

Avec $r = OM = ON$.



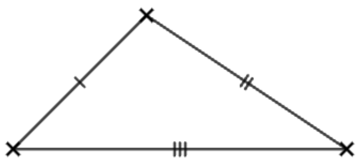
II Constructions de triangles

1 Définitions

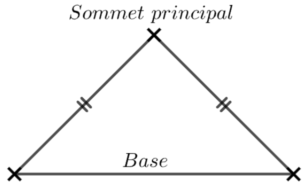
Remarque : Pour les définitions de *triangle* et de *triangle rectangle*, se référer au chapitre 3.

Définitions :

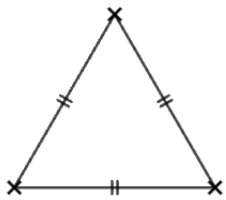
Un triangle scalène est un triangle dont les trois côtés sont de longueurs différentes.



Un triangle isocèle est un triangle dont deux côtés sont de même longueur.



Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés sont de même longueur.



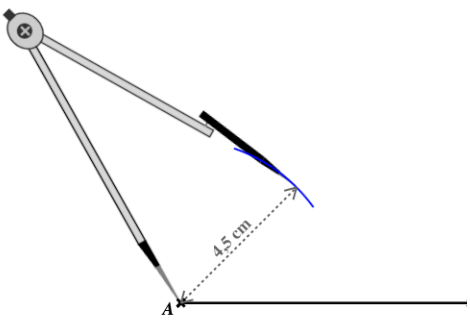
2 Constructions

Méthode

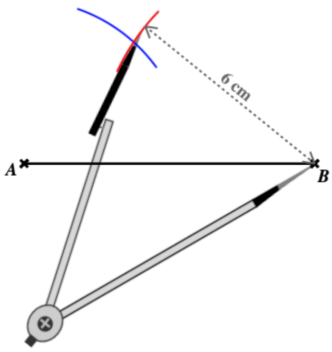
Construire un triangle ABC tel que : $AB = 8\ cm$, $AC = 4,5\ cm$ et $BC = 6\ cm$.

On commence par tracer un des côtés, par exemple $[AB]$.

On trace un arc de cercle de centre A et de rayon 4,5 cm.

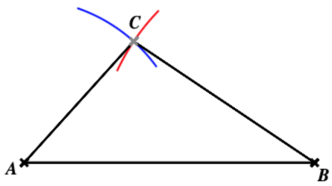


On trace un arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm.



Les deux arcs de cercle se coupent en C.

On trace $[AC]$ et $[BC]$.



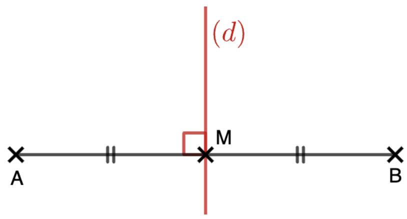
III Médiatrice

1 Définition

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.

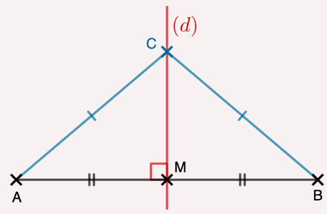
Autrement dit : Soit $[AB]$ un segment et M son milieu.
(d) est la médiatrice de $[AB]$ si : $(d) \perp (AB)$ et $M \in [AB]$



PROPRIÉTÉ.
Soit $[AB]$ un segment et (d) la médiatrice ce de segment.

Si : $C \in (d)$ alors : ABC est un triangle isocèle en C.

Autrement dit : Si C appartient à la médiatrice de $[AB]$ alors $AC = BC$.



Réciproquement : Si $AC = CB$ alors C appartient à la médiatrice de $[AB]$.

REMARQUE :

Cela signifie que si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant aux extrémités de ce segment.
Réciproquement, si un point est équidistance aux extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

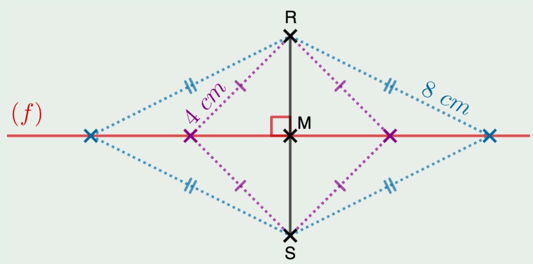
PROPRIÉTÉ. *Caractérisation de la médiatrice*
La médiatrice d'un segment est l'ensemble de tous les points équidistants aux extrémités de ce segment.

Exemple

(f) est la médiatrice du segment $[RS]$ de milieu M.

Cela signifie que : $(f) \perp [RS]$ et que $M \in [RS]$.

- (f) est constituée des points situés à 4 cm de R et de S ;
- (f) est constituée des points situés à 7,2 cm de R et de S ;
- etc.



2 Constructions

Méthode : Construction à l'équerre

1) On mesure le segment dont on souhaite tracer la médiatrice.
2) On place son milieu M.
3) On trace la droite perpendiculaire au segment passant par M. Il s'agit de la médiatrice.

Méthode : Construction au compas

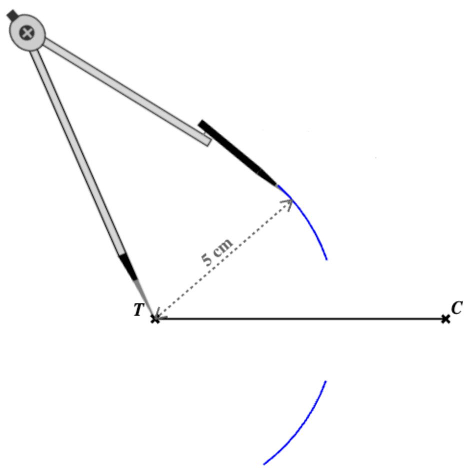
Tracer un segment $[TC]$ de longueur 8 cm puis construire sa médiatrice.

La médiatrice est une droite, pour tracer une droite il suffit d'avoir deux points de cette droite.

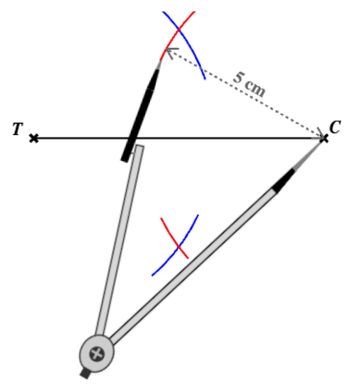
D'après la propriété ci-dessus, la médiatrice d'un segment est l'ensemble de tous les points équidistants aux extrémités de ce segment.

On peut alors construire les points A et B, de part et d'autre du segment $[TC]$, se trouvant chacun à 5 cm de T et de C.

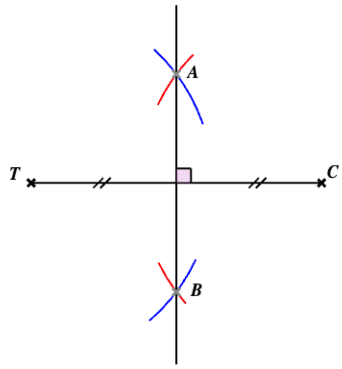
On trace deux arcs de cercle de centre T et de rayon 5 cm.



On trace deux arcs de cercle de centre C et de rayon 5 cm.



On obtient deux points d'intersection : A et B.



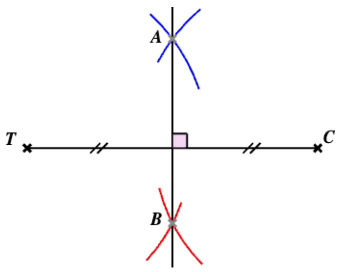
On a $AT = AC$ donc A est un point de la médiatrice de $[TC]$

On a $BT = BC$ donc B est un point de la médiatrice de $[TC]$.

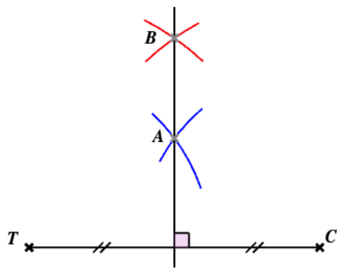
Donc : (AB) est la médiatrice du segment $[TC]$.

Remarques :

On peut construire la médiatrice avec la même propriété mais en ne choisissant pas le même rayon pour les deux points que l'on construit.



On peut également construire les deux points du même côté du segment $[TC]$.



Sur chacune des deux figures ci-dessus :

On a $AT = AC$ donc A est un point de la médiatrice de $[TC]$

On a $BT = BC$ donc B est un point de la médiatrice de $[TC]$.

Donc : (AB) est la médiatrice du segment $[TC]$.