

Centre étranger - Juin 2023 - Correction

Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants. Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants. Tous les lots sont identiques. Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés.

1. Peut-on faire 3 lots ?

$$195 \div 3 = 65 \quad \text{donc} \quad 195 = 3 \times 65 \qquad 234 \div 3 = 78 \quad \text{donc} \quad 234 = 3 \times 78$$

Il est possible de faire 3 lots, chaque lot sera composés de 65 figurines et 78 autocollants.

2. Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.

$$195 = 3 \times 65 = 3 \times 5 \times 13$$

3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:

a. Combien de lots peut-on constituer au maximum ?

$$195 = 3 \times 5 \times 13 \qquad 234 = 2 \times 3 \times 3 \times 13 \qquad PGCD(195 ; 234) = 3 \times 13 = 39$$

Il est possible de faire 39 lots au maximum.

b. De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ?

$$195 = 3 \times 5 \times 13 = 39 \times 5 \qquad 234 = 2 \times 3 \times 3 \times 13 = 39 \times 6$$

Les lots seront composées de 5 figurines et 6 autocollants.

Nouvelle Calédonie - Décembre 2023 - Correction

José un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients. Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.

Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.

La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est : 3×13 .

1. a. Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51. $78 = 2 \times 3 \times 13$ $51 = 3 \times 17$

b. En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.

$$39 = 3 \times 13 \qquad 78 = 2 \times 3 \times 13 \qquad 51 = 3 \times 17$$

$PGCD(39 ; 78 ; 51) = 3$ José peut préparer au maximum 3 paniers.

c. Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier ?

$$39 = 3 \times 13 \qquad 78 = 3 \times 26 \qquad 51 = 3 \times 17$$

Chaque panier sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

Finalement, Joé décide de préparer 13 paniers.

2. a. Combien d'aubergines ne seront pas utilisées ? Justifier votre réponse.

$$39 = 13 \times 3 \qquad 78 = 13 \times 6 \qquad 51 = 13 \times 3 + 12 \qquad 12 \text{ aubergines ne seront pas utilisées.}$$

b. Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

Avec une aubergine de plus il en aura 52 et $52 = 13 \times 4$ Il pourra faire 13 paniers et chacun aura 4 aubergines.

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates. Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ? Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

$$\text{On cherche un multiples de 13 compris entre 110 et 125.} \qquad 13 \times 8 = 104 \qquad 13 \times 9 = 117 \qquad 13 \times 10 = 130.$$

Il devra cueillir 117 tomates et il pourra en mettre 9 dans chacun de ses 13 paniers.

Centre étranger - Juin 2022 - Correction

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

Il a confectionné 300 truffes: 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco. Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :

- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte ;
- Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte ;
- Toutes les truffes soient utilisées.

1. Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers. $125 = 5^3$ $175 = 5^2 \times 7$

2. En déduire le nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser ?

$$125 = 5 \times 5 \times 5 \quad 175 = 5 \times 5 \times 7$$

$PGCD(125 ; 175) = 5 \times 5 = 25$ Il pourra réaliser au maximum 25 boîtes

3. Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte ?

$$125 = 25 \times 5 \quad 175 = 25 \times 7$$

Les boîtes seront composées de 5 truffes au café et 7 truffes enrobées de noix de coco.

Nouvelle Calédonie - Décembre 2021 - Correction

1. a. Justifier que 330 n'est pas un nombre premier.

$$330 = 33 \times 10 \quad 33 \text{ et } 10 \text{ sont des diviseurs de } 330$$

330 n'est pas premiers car il est divisible par d'autres nombres que 1 et 330.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 500 est : $500 = 2^2 \times 5^3$.

b. Décomposer 330 en produit de facteurs premiers. $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$

c. Justifier que 165 divise 330. $330 = 2 \times 165$ donc 165 divise 330.

d. Justifier que 165 ne divise pas 500. $500 \div 165 \simeq 3,03$ $500 = 3 \times 165 + 5$

La pâtisserie *Délices* a préparé 330 biscuits aux noix et 500 biscuits au chocolat. La pâtisserie souhaite répartir le plus de biscuits possible dans 165 boîtes. La pâtisserie met le même nombre de biscuits aux noix dans chaque boîte.

2. Combien de biscuits aux noix y a-t-il dans chaque boîte ?

$$\text{Il y a } 330 \text{ biscuits aux noix. } 330 = 2 \times 165 \quad \text{Il y aura } 2 \text{ biscuits aux noix dans chaque boîte.}$$

La pâtisserie met aussi le même nombre de biscuits au chocolat dans chaque boîte.

3. a. Combien de biscuits au chocolat y a-t-il dans chaque boîte ?

$$\text{Il y a } 500 \text{ biscuits au chocolat. } 500 = 3 \times 165 + 5 \quad \text{Il y aura } 3 \text{ biscuits au chocolat dans chaque boîte.}$$

b. Combien de biscuits au chocolat reste-t-il ?

$$\text{Il reste } 5 \text{ biscuits au chocolat } (500 = 3 \times 165 + 5)$$

Une boîte de biscuits coûte 7 euros. À partir de 10 boîtes achetées, la pâtisserie *Délices* offre une réduction de 5% sur le montant total.

4. Combien va-t-on payer pour l'achat de 12 boîtes ?

$$\text{Achat de 12 boîtes : } 12 \times 7 \text{ euros} = 84 \text{ euros} \quad \text{Réduction de 5\% (on paie donc 95\%) : } 84 \times 0,95 = 79,8 \text{ euros}$$

Nouvelle Calédonie - Décembre 2020 - Correction

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.

$$102 \div 3 = 34 \quad \text{donc} \quad 102 = 3 \times 34 \quad 102 \text{ est bien divisible par 3.}$$

2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.

Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.

$$102 = 2 \times 3 \times 17$$

3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

51 (car $51 \times 2 = 102$) et 51 n'est pas premier ($51 = 3 \times 17$)

6 (car $6 \times 17 = 102$) et 6 n'est pas premier ($6 = 2 \times 3$)

34 (car $34 \times 3 = 102$) et 34 n'est pas premier ($34 = 2 \times 17$)

Attention : 2 n'est pas une réponse valable, même si $2 \times 51 = 102$ le nombre 2 est premier.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm. Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées. Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ?

$$85 = 34 \times 2 + 17 \quad 102 = 34 \times 3$$

Elles ne peuvent pas avoir 34 cm de côté car 34 ne divise pas 85.

5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté. Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

$$85 = 17 \times 5 \quad 102 = 17 \times 6$$

Il pourra découper 5 étiquettes sur la largeur (85 cm) et 6 étiquettes sur la longueur (102 cm).

Au total : $5 \times 6 = 30$ étiquettes au total.

Regroupement - Affirmation Vraie ou fausse - Correction

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : Les diviseurs communs à 12 et 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6.

Diviseurs de 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 Diviseurs de 18 : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

Diviseurs communs : 1 ; 2 ; 3 ; 6

L'affirmation est **vraie** car 1 ; 2 ; 3 ; 6 sont les diviseurs de 6.

Affirmation 2 : 4 n'admet que deux diviseurs.

Faux : 4 admet 3 diviseurs : 1 ; 2 ; 4

Affirmation 3 : Deux nombres impairs n'ont que 1 comme diviseur commun.

Faux : par exemple 15 et 25 sont impairs et ils ont 5 comme diviseur commun.

Affirmation 4 : Tous les nombres premiers sont impairs.

Faux : 2 est premier (il possède deux diviseurs distincts : 1 et 2) et 2 est pair.

Affirmation 5 : Tous les nombres impairs sont premiers.

Faux : 9 est impair et n'est pas premier, en effet 3 est un diviseur de 9.

Affirmation 6 : 33×13 est la décomposition en facteurs premiers de 429.

Faux : 33 n'est pas premier ($33 = 3 \times 11$).

Martinique - Juillet 2023 - Correction

1. Anne et Jean ont acheté 630 dragées roses et 810 dragées blanches qu'ils ont mises dans un sachet.

On suppose que les dragées sont indiscernables au toucher.

a. Combien Anne et Jean ont-ils acheté de dragées au total? $630 + 810 = 1440$ dragées au total.

b. Anne prend au hasard une dragée dans le sachet. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne une dragée blanche?

La probabilité est de $\frac{810}{1440}$.

2. Avec ces dragées, ils réalisent des ballotins pour leur mariage de sorte que :

- Le nombre de dragées roses est le même dans chaque ballotin ;
- Le nombre de dragées blanches est le même dans chaque ballotin ;
- Toutes les dragées soient utilisées.

a. Peuvent-ils réaliser 21 ballotins?

$630 = 21 \times 30$ et $810 = 21 \times 38 + 14$ Ils ne peuvent pas réaliser 21 ballotins car 810 n'est pas un multiple de 21.

b. Décomposer 630 et 810 en produits de facteurs premiers.

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ et $810 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$

c. En déduire le nombre maximum de ballotins qu'Anne et Jean pourront réaliser.

Donner alors la composition de chaque ballotin.

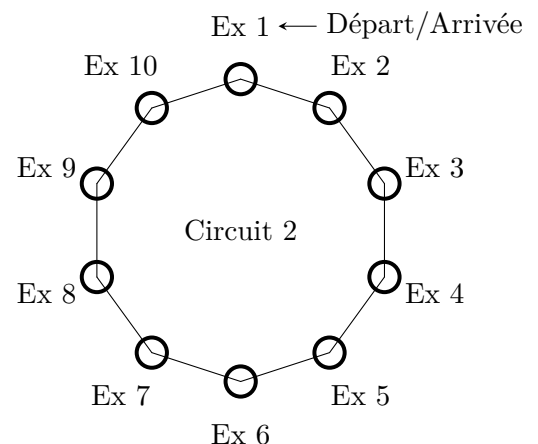
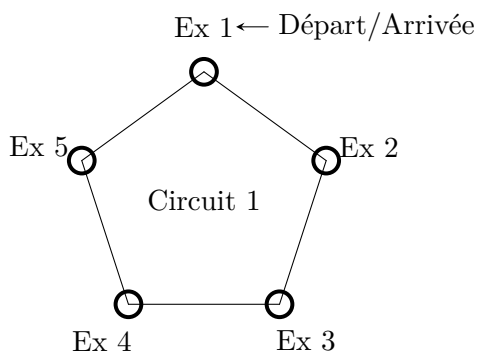
$PGCD(630 ; 810) = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ Il pourra réaliser 90 ballotins.

$630 = 90 \times 7$ et $810 = 90 \times 9$ Il y aura dans chaque ballotin 7 dragées roses et 9 dragées blancs.

Centre étranger - Juin 2024 - Correction

Un entraîneur de sport prépare deux circuits d'entraînement contenant plusieurs exercices de cardio et de renforcement musculaire :

- Un circuit commence à l'exercice 1 et se termine en revenant à l'exercice 1 ;
- Le circuit 1 contient cinq exercices. Chaque exercice dure 40 secondes et doit être suivi de 16 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant ;
- Le circuit 2 contient dix exercices. Chaque exercice dure 30 secondes et doit être suivi de 5 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant.



1. Montrer que le circuit 1 s'effectue en 280 secondes et que le circuit 2 s'effectue en 350 secondes.

Circuit 1 : 5 exercices (40s) et 5 temps de repos (16s). Ainsi : $5 \times 40 + 5 \times 16 = 200 + 80 = 280s$

Circuit 2 : 10 exercices (30s) et 10 temps de repos (5s). Ainsi : $10 \times 30 + 10 \times 5 = 300 + 50 = 350s$

2 : Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et de 350.

$$\begin{aligned} 280 &= 28 \times 10 \\ &= 4 \times 7 \times 5 \times 2 \\ &= 2 \times 2 \times 7 \times 5 \times 2 \\ &= 2^3 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 350 &= 35 \times 10 \\ &= 5 \times 7 \times 5 \times 2 \\ &= 2 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

3. Une séance d'entraînement est constituée de plusieurs tours du même circuit. Au coup de sifflet de l'entraîneur, Camille commence une séance d'entraînement sur le circuit 1 et Dominique sur le circuit 2.

- a. Expliquer pourquoi, lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1.

Préciser où se trouve Dominique sur le circuit 2 lorsque 2 800 secondes se sont écoulées.

$$2\,800 = 280 \times 10 \text{ donc } 2\,800 \text{ est un multiple de } 280.$$

Donc Camille se trouvera sur le départ du circuit 1 car elle aura effectué exactement 10 tours.

$2\,800 \div 350 = 8$ donc Dominique se trouvera sur le départ du circuit 2 au bout de 2 800 secondes car il aura effectué exactement 8 tours.

- b. Après le coup de sifflet, combien de temps faut-il à Camille et Dominique pour se retrouver en même temps pour la première fois au départ de leur circuit ? Exprimer cette durée en minute et seconde.

Au bout de 1 400s Camille et Dominique se retrouveront en même temps au départ. Camille aura effectué 5 tours et Dominique 4.

$$1\,400s = \underbrace{23 \times 60s}_{23 \text{ minutes}} + 20s$$

Nombre de tours	Camille	Dominique
1	280	350
2	560	700
3	840	1050
4	1120	1400
5	1400	1750

Métropole - Juin 2022

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

9 et 21 ne sont pas premiers.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.

$$156 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$$

3. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.

- a. Peut-elle faire 36 paquets ?

Non car 156 n'est pas dans la table de 36. $36 \times 4 = 144$ et $36 \times 5 = 180$

- b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ?

On détermine le PGCD de 252 et 156 : $256 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$ et $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$

$\text{PGCD}(252; 156) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ Elle peut réaliser 12 paquets.

- c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?

$252 = 12 \times 21$ et $156 = 12 \times 13$ Il y aura 21 cartes de type « feu » et 13 cartes de type « terre ».

4. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher. Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

Il y a 156 cartes de type « terre » sur un total de $252 + 156 = 408$ cartes, la probabilité est donc de $\frac{156}{408}$

Métropole - Juin 2024

La présidente du club veut offrir des petits sachets cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre de drapeaux.

1. Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets ?

Il n'est pas possible de faire 15 sachets car 132 n'est pas un multiple de 15. En effet $15 \times 8 = 120$ et $15 \times 9 = 135$.

2. Décomposer 330 et 132 en produits de facteurs premiers.

$$330 = 33 \times 10 = 3 \times 11 \times 2 \times 5 \quad 132 = 2 \times 66 = 2 \times 6 \times 11 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$$

3. En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.

On détermine le PGCD de 330 et 132 : $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et $132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$

PGCD(330; 132) = $2 \times 3 \times 11 = 66$ Elle pourra réaliser 66 sachets.

4. Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet ?

$330 = 66 \times 5$ et $132 = 66 \times 2$ Il y aura 5 autocollants et 2 drapeaux dans chaque sachet.

Métropole - Juillet 2019

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1. Décomposer 69 ; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.

$$69 = 3 \times 23 \quad 1\,150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 \quad 4\,140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23$$

2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.

Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

$$\text{Il y a } 23 \text{ marins : } 69 = 23 \times 3 \quad 1\,150 = 23 \times 50 \quad 4\,140 = 23 \times 180$$

Chaque marin reçoit 3 diamants, 50 perles et 180 pièces.

Métropole - Septembre 2019

1. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 2 744. $2\,744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^3$

2. En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de $2\,744^2$.

$$2\,744^2 = (2^3 \times 7^3)^2 = (2^3 \times 7^3) \times (2^3 \times 7^3) = 2^3 \times 2^3 \times 7^3 \times 7^3 = 2^6 \times 7^6$$

3. À l'aide de cette décomposition, trouver x tel que $x^3 = 2\,744^2$.

$$\begin{aligned} 2\,744^2 &= 2^6 \times 7^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \\ &= 2 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7 \\ &= (2 \times 7 \times 2 \times 7) \times (2 \times 7 \times 2 \times 7) \times (2 \times 7 \times 2 \times 7) \quad x = 196 \text{ et on a bien } x^3 = 2\,744^2. \\ &= (2 \times 7 \times 2 \times 7)^3 \\ &= 196^3 \end{aligned}$$

4. Soient a et b deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que $a^3 = b^2$. Calculer b lorsque $a = 100$.

$$a = 100 \text{ donc } a^3 = 100^3 = 1\,000\,000 \quad \text{Il faut } b \text{ tel que } b^2 = 1\,000\,000 \text{ donc } b = 1\,000$$

Si $a = 100$ alors $b = 1\,000$ et on a bien $a^3 = b^2 = 1\,000\,000$

5. Déterminer deux nombres entiers a et b supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité $a^3 = b^2$.

Il faut un nombre a tel que a^3 soit un carré parfait.

Il faut tester les différentes possibilités : Si $a = 2$ alors $a^3 = 8$ mais 8 n'est pas un carré parfait.

Si $a = 3$ alors $a^3 = 81$ 81 est un carré parfait : $81 = 9^2$. On pose donc $a = 3$ et $b = 9$.

On peut continuer à tester et trouver d'autres solutions, comme $a = 4$ et $b = 8$. En effet : $4^3 = 64$ et $8^2 = 64$.