Métropole - Juin 2023 - Correction

Voici deux programmes de calcul :

Programme A
• Choisir un nombre • Multiplier ce nombre par -2 • Ajouter 5

Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 5 • Multiplier par 3 • Ajouter 11

1. Montrer que, si on choisit -3 comme nombre de départ, le résultat obtenu avec le programme A est 11.

$-3 \quad \to \quad (-3)\times(-2) = 6 \quad \to \quad 6+5 = 11$

2. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit 5,5 comme nombre de départ ?

$5,5 \quad \to \quad 5,5-5 = 0,5 \quad \to \quad 0,5\times 3 = 1,5 \quad \to \quad 1,5+11 = 12,5$

3. En désignant par x le nombre de départ, on obtient $-2x+5$ comme résultat avec le programme A.
Montrer, qu'avec le même nombre de départ, le résultat du programme B est égal à $3x-4$.

Programme B	
• Choisir un nombre	x
• Soustraire 5	$x-5$
• Multiplier par 3	$3(x-5) = 3x-15$
• Ajouter 11	$3x-15+11 = 3x-4$

4. Déterminer le nombre de départ pour lequel les programmes A et B donnent le même résultat.

Programme A : $x \quad \to \quad -2x+5$ Programme B : $x \quad \to \quad 3x-4$

On souhaite trouver le nombre x tel que $2x+5 = 3x-4$

$$\begin{array}{rlcll}
 & -2x+5 & = & 3x-4 & \\
-3x & -2x+5 & = & 3x-4 & -3x \\
 & -5x+5 & = & -4 & \\
-5 & -5x+5 & = & -4 & -5 \\
 & -5x & = & -9 & \\
 & \dfrac{-5x}{-5} & = & \dfrac{-9}{-5} & \\
 & x & = & 1,8 &
\end{array}$$

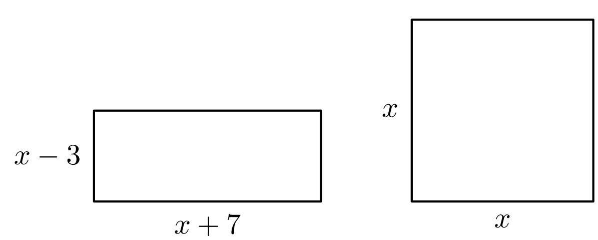
Avec 1,8 comme nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat (à vérifier, le résultat est 1,4)

Métropole - Juin 2022 - Correction

Dans cet exercice, x est un nombre strictement supérieur à 3.
On s'intéresse aux deux figures géométriques ci-contre :

- Un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x-3$ et $x+7$.

Un carré de côté x.



1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous :
Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4+x$	x^2 (coté $\times$ coté)	$2x$

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à $x^2 + 4x - 21$.

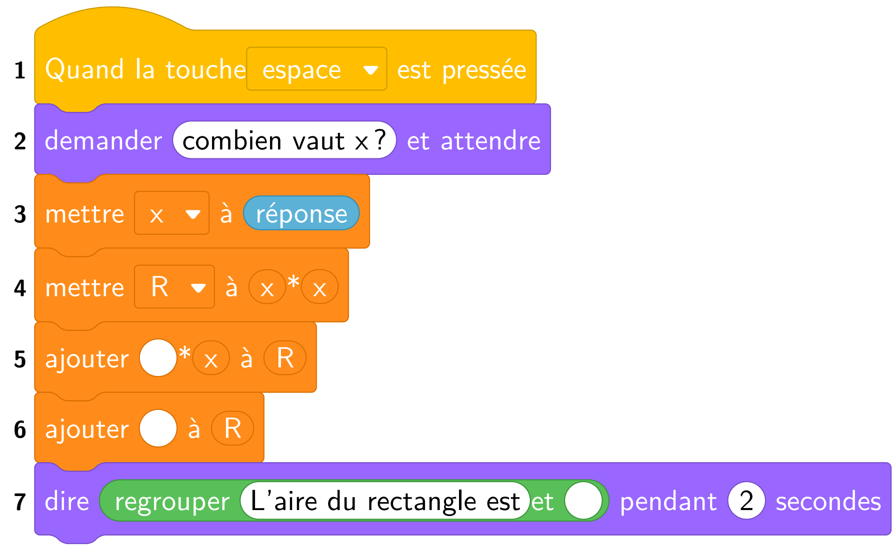
$$\begin{aligned}
\mathscr{A} &= L \times l \\
&= (x+7)(x-3) \\
&= x^2 - 3x + 7x - 21 \\
&= x^2 + 4x - 21
\end{aligned}$$

3. On a écrit le script ci-contre dans Scratch. On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3).

Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.

Ligne 5 : ajouter **4**$\times x$ à R

Ligne 6 : ajouter **-21** à R



4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?

Puisque ce programme renvoie l'aire du rectangle, en fonction de x il correspond au résultat de l'expression $x^2+4x-21$ (question 2).

Il suffit donc de substituer : $8^2 + 4 \times 8 - 21 \quad = \quad 64 + 32 - 21 \quad = \quad 75$

5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Aire carré : x^2 Aire rectangle : $x^2 + 4x - 21$

On souhaite trouver le nombre x tel que :

$$\begin{array}{rlcll}
 & \mathscr{A}_{carre} & = & \mathscr{A}_{rectangle} & \\
 & x^2 & = & x^2 + 4x - 21 & \\
-x^2 & x^2 & = & x^2 + 4x - 21 & -x^2 \\
 & 0 & = & 4x - 21 & \\
+21 & 0 & = & 4x - 21 & +21 \\
 & 21 & = & 4x & \\
 & \dfrac{21}{4} & = & \dfrac{4x}{4} & \\
 & 5,25 & = & x &
\end{array}$$

Le carré et le rectangle auront la même aire pour $x = 5,25$

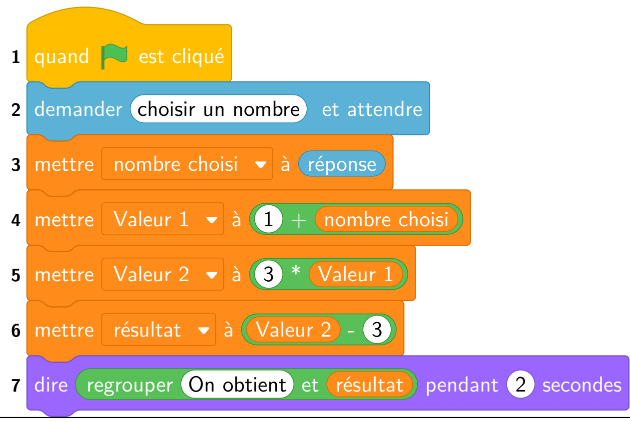
Penser à vérifier :

Aire carré : $5,25^2 \; = \; 27,5625$ Aire rectangle : $5,25^2 + 4 \times 5,25 - 21 \; = \; 27,5625$

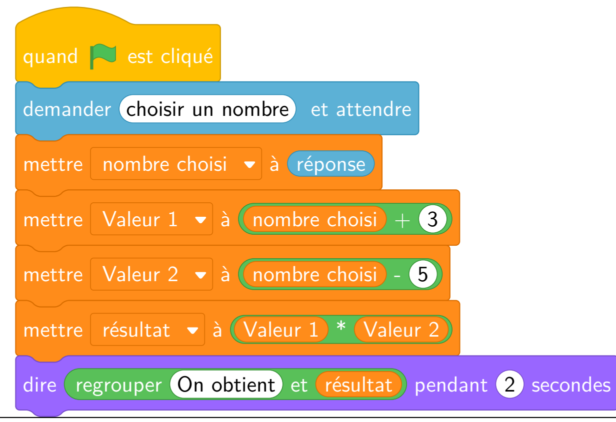
Centres étrangers - Juin 2021 - Correction

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec *Scratch*.

Programme A



Programme B



Programme C

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

1. a. Montrer que si on choisit 1 au départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».

<u>Valeur 1 :</u> $1+1=2$ <u>Valeur 2 :</u> $3\times 2=6$ <u>résultat :</u> $6-3\ \boxed{=3}$

Ligne	
3	1
4	$1+1=2$
5	$3\times 2 = 6x$
6	$6-3 = 3$

b. Montrer que si on choisit 2 au départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient -15 ».

<u>Valeur 1 :</u> $2+3=5$ <u>Valeur 2 :</u> $2-5=-3$ <u>résultat = Valeur 1 × Valeur 2 :</u> $=5\times(-3)\ \boxed{=-15}$

2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?

Programme C	
• Choisir un nombre	x
• Multiplier par 7	$7x$
• Ajouter 3	$7x+3$
• Soustraire le nombre de départ	$7x+3-x = 6x+3$

3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

D'après la question **2**, le programme C ne donne pas toujours le triple du nombre de départ (il ne donne pas $3x$ mais $6x+3$).

D'après la question **1. b.** avec 2 et le programme B on obtient -15 donc il ne donne pas le triple du nombre de départ (il ne donne pas 6).

Vérifions avec le programme A, prenons x comme nombre de départ.

Ligne	
3	x
4	$1+x$
5	$3\times(1+x) = 3+3x$
6	$3+3x-3 = 3x$

Cet élève a donc raison.

4. a. Montrer qu'avec x au départ, le programme B revient à l'expression littéral suivante : $(x+3)(x-5)$.

Valeur 1 : $x+3$ Valeur 2 : $x-5$ résultat = Valeur 1 × Valeur 2 : $=(x+3)(x-5)$

b. Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il « On obtient 0 » ?

Programme B : $x \rightarrow (x+3)(x-5)$

On cherche les nombres x tels que $(x+3)(x-5)=0$

Si un produit est nul alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Soit :
$$\begin{array}{rrcll} & x+3 & = & 0 & \\ -3 & x+3 & = & 0 & -3 \\ & x & = & -3 & \end{array}$$

Soit :
$$\begin{array}{rrcll} & x-5 & = & 0 & \\ +5 & x-5 & = & 0 & +5 \\ & x & = & 5 & \end{array}$$

On obtient 0 avec les nombre -3 et 5.

5. Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A ?

Programme A : $x \rightarrow -3x$ (question 3) Programme C : $x \rightarrow 6x+3$ (question 2)

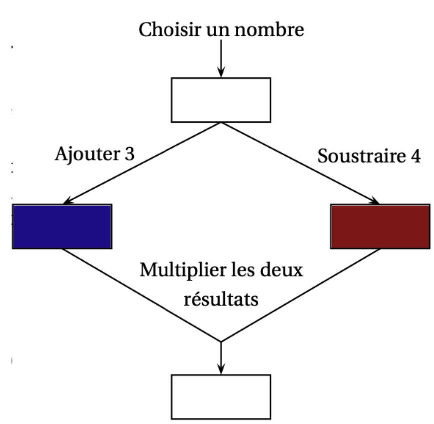
On souhaite trouver le nombre x tel que $3x = 6x+3$

$$\begin{array}{rrcll} & 3x & = & 6x+3 & \\ -6x & 3x & = & 6x+3 & -6x \\ & -3x & = & 3 & \\ & \dfrac{-3x}{-3} & = & \dfrac{3}{-3} & \\ & x & = & -1 & \end{array}$$

Avec -1 comme nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat (à vérifier, le résultat est -3)

Polynésie - Septembre 2023 - Correction

On considère le programme A défini par le schéma ci-contre :



1. Vérifier que le résultat est 60 si le nombre choisi au départ est -8.

$(-8+3) \times (-8-4) \quad = \quad -5 \times -12 \quad = \quad 60$

2. On appelle x le nombre de départ.
Exprimer en fonction de x le résultat de ce programme.

$(x+3) \times (x-4)$

Si on développe et réduit :

$(x+3) \times (x-4) \quad = \quad x^2 - 4x + 3x - 12 \quad = \quad x^2 - x - 12$

3. Déterminer quels sont les nombres qui donnent comme résultat 0.

On cherche les nombres x tels que $(x+3)(x-4)=0$

Si un produit est nul alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Soit :
$$\begin{array}{rrcll} & x+3 & = & 0 & \\ -3 & x+3 & = & 0 & -3 \\ & x & = & -3 & \end{array}$$

Soit :
$$\begin{array}{rrcll} & x-4 & = & 0 & \\ +4 & x-4 & = & 0 & +4 \\ & x & = & 4 & \end{array}$$

On obtient 0 avec les nombre -3 et 5.

Métropole - Juin 2021 - Correction

On considère le programme de calcul ci-contre.

On a utilisé la feuille de calcul ci-dessous pour appliquer ce programme de calcul au nombre 5 ; le résultat obtenu est 24.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 à ce nombre.
- Prendre le carré du résultat précédent.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.

	A	B
1	Programme	Résultat
2	Choisir un nombre	5
3	Ajouter 2 à ce nombre	7
4	Prendre le carré du résultat précédent	49
5	Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent	24

1. Pour les questions suivantes, faire apparaître les calculs sur la copie.

a. Si on choisit 2 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient 12 comme résultat.

$2 \quad \rightarrow \quad 2+2=4 \quad \rightarrow \quad 4^2=16 \quad \rightarrow \quad 16-2^2=16-4\ \boxed{=12}$

b. Si on choisit -8 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on ?

$-8 \quad \rightarrow \quad -8+2=-6 \quad \rightarrow \quad (-6)^2=36 \quad \rightarrow \quad 36-(-8)^2=36-64\ \boxed{=-28}$

2. Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B5.

= B4 − B2 * B2	=B2 + 2	= B3 * B3

On souhaite faire $49-5^2$

Le 49 se trouve en B4 et le 5 en B2 (nombre de départ).

Ce qui donne bien B4 − B2 * B2

3. a. Si l'on choisit x comme nombre de départ, exprimer en fonction de x, le résultat final de ce programme de calcul.

Programme B	
• Choisir un nombre	x
• Ajouter 2 à ce nombre	$x+2$
• Prendre le carré du résultat précédent	$(x+2)^2$
• Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent	$(x+2)^2-x^2$

b. Montrer que $(x+2)^2-x^2=4x+4$.

$$\underbrace{(x+2)^2} - x^2 \quad = \quad \underbrace{x^2+2\times x\times 2+2^2} - x^2 \quad = \quad 4x+3$$

4. Si on choisit un nombre entier au départ, est-il exact que le résultat du programme est toujours un multiple de 4 ? Justifier.

Avec ce programme : $x \quad \rightarrow \quad 4x+4 \quad = \quad 4\times x+4\times 1 \quad = \quad 4(x+1)$
On a factorisé l'expression initiale.

Dans l'expression factorisé si x est entier $x+1$ sera aussi entier donc en le multipliant ensuite par 4 on obtiendra un multiple de 4.

Nouvelle Calédonie - Décembre 2020 - Correction

Programme A
• Choisir un nombre • Soustraire 5 • Multiplier par le nombre de départ

Programme B
• Choisir un nombre • Mettre au carré • Soustraire 4

1. Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A. Montrer qu'elle obtiendra -4.

$4 \quad \rightarrow \quad 4-5=-1 \quad \rightarrow \quad (-1)\times 4 \boxed{=-4}$

2. Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B. Quel résultat va-t-elle obtenir ?

$-3 \quad \rightarrow \quad (-3)^2=9 \quad \rightarrow \quad 9-4 \boxed{=5}$

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel des deux programmes de calculs donneront le même résultat.
Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3. Montrer que le résultat du programme A peut s'écrira x^2-5x.

Programme A	
• Choisir un nombre	x
• Soustraire 5	$x-5$
• Multiplier par le nombre de départ	$(x-5)\times x \ = \ x^2-5x$

4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.

Programme A	
• Choisir un nombre	x
• Mettre au carré	x^2
• Soustraire 4	x^2-4

5. Quel est le nombre que Tom cherche ?
Toute trace de recherche même non aboutie sera prise, en compte dans la notation.

Programme A : x^2-5x Programme B : x^2-4

Tom cherche le nombre x tel que $x^2-5x=x^2-4$

$$\begin{array}{rlcll} & x^2-5x & = & x^2-4 & \\ x^2 & x^2-5x & = & x^2-4 & -x^2 \\ & -5x & = & -4 & \\ & \dfrac{-5x}{-5} & = & \dfrac{-4}{-5} & \\ & x & = & 0,8 & \end{array}$$

Avec 0,8 comme nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat (à vérifier, le résultat est $-3,26$)

Pondichéry - Mai 2018 - Correction

Programme A
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Mettre au carré

Programme B
• Choisir un nombre • Mettre au carré • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.
Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

$1 \quad \rightarrow \quad 1-3=-2 \quad \rightarrow \quad (-2)^2 \boxed{=4}$

2. Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

$-5 \quad \rightarrow \quad (-5)^2=25 \quad \rightarrow \quad 25+3\times(-5)=25-15=10 \quad \rightarrow \quad 10+7 \boxed{=17}$

3. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B1*B1+3*B1+7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

4. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : x^2-6x+9

Programme A	
• Choisir un nombre	x
• Soustraire 3	$x-3$
• Mettre au carré	$(x-3)^2 \ = \ x^2-6x+9$

b. Écrire le résultat du programme B.

Programme B	
• Choisir un nombre	x
• Mettre au carré	x^2
• Ajouter le triple du nombre de départ	x^2+3x
• Ajouter 7	x^2+3x+7

c. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ?
Si oui, lequel ?

Programme A : x^2-6x+9 Programme B : x^2+3x+7

$$
\begin{array}{rrcll}
\text{On cherche } x \text{ tel que :} & x^2-6x+9 & = & x^2+3x+7 & \\
-x^2 & x^2-6x+9 & = & x^2+3x+7 & -x^2 \\
 & -6x+9 & = & +3x+7 & \\
-3x & -6x+9 & = & +3x+7 & -3x \\
 & -9x+9 & = & 7 & \\
-9 & -9x+9 & = & 7 & -9 \\
 & -9x & = & -2 & \\
 & \dfrac{-9x}{-9} & = & \dfrac{-2}{-9} & \\
 & x & = & \dfrac{2}{9} &
\end{array}
$$

Les deux programmes donnent le même résultat si l'on choisit $\dfrac{2}{9}$ au départ.

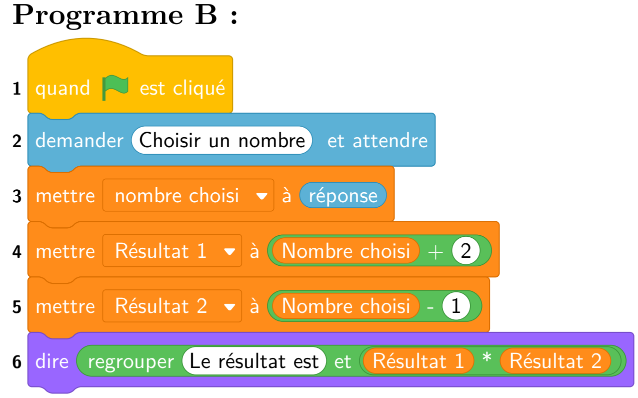
Métropole - Juillet 2024 - Correction

1. Vérifier que, si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.

- 5
- $5^2 = 25$
- $25 \times 2 = 50$
- $50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60$
- $60 - 4 = 56$

Programme A
• Choisir un nombre • Mettre au carré • Multiplier par 2 • Ajouter le double du nombre de départ • Soustraire 4

Programme B :



2. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit 9 comme nombre de départ ?

Résultat 1 $= \; 9+2 \; = \; 11$
Résultat 2 $= \; 9-1 \; = \; 8$

Résultat 1 $\times$ Résultat 2 $= \; 11 \times 8 \; = \; 88$

On choisit un nombre quelconque x au départ.

3. Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B.

$E_1 = (x+2)-1 \quad E_2 = \underbrace{(x+2)}_{\text{Résultat 1}} \times \underbrace{(x-1)}_{\text{Résultat 2}} \quad E_3 = x+2x-1$

4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme A.

Programme A	
• Choisir un nombre	x
• Mettre au carré	x^2
• Multiplier par 2	$2x^2$
• Ajouter le double du nombre de départ	$2x^2+2x$
• Soustraire 4	$2x^2+2x-4$

5. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

Programme B : $\quad (x+2)(x-1) \; = \; x^2-x+2x-2 \; = \; x^2+x-2$

Double du programme B : $\quad 2 \times (x^2+x-2) \; = \; \underbrace{2x^2+2x-4}_{\text{Programme A}}$