Cours de Mathématiques

Chapitre n° 8 : Proportionnalité : grandeurs produits et quotients

Niveau : Troisième

Année scolaire

2024 - 2025

Notions abordées :

— Vitesse,

— Grandeur produit et grandeur quotient.

Compétences évaluées :

— Utiliser une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité,

— Effectuer des conversions d'unités sur des grandeurs composées.

Chapitre n° 8 : Proportionnalité : grandeurs produits et quotients

Table des matières

Chapitre n° 8 : Proportionnalité : grandeurs produits et quotients

I Grandeurs quotients et produits

Définition :

Lorsque l'on effectue le quotient de deux grandeurs, on obtient une grandeur quotient.
Lorsque l'on effectue le produit de deux grandeurs, on obtient une grandeur produit.

Exemples

▶ Le débit d'un robinet est une grandeur quotient donnée par la formule : $\text{Débit} = \dfrac{\text{Volume}}{\text{Temps}}$

Si un robinet a un débit de $12L/min$ cela signifie que chaque minute, il s'écoule 12 litres d'eau. Le volume d'eau écoulé est proportionnel au temps.

▶ L'énergie consommée par un appareil électrique est une grandeur produit donnée par la formule :

$$\text{Énergie} = \text{Puissance} \times \text{Temps}$$

Un radiateur d'une puissance de $800W$ fonctionne pendant 2 heures, il consomme $800W \times 2h = 1\ 600Wh$.

▶ La masse volumique de l'eau douce est de $1g/mL$.

Cela signifie que 1 millilitre d'eau pèse 1 gramme.

II Vitesse

1 Vitesse moyenne

Définition : *Vitesse moyenne*

La vitesse moyenne d'un objet mobile sur un trajet est la vitesse que cet objet aurait en parcourant la même distance pendant la même durée, à vitesse **constante**.

On définit la vitesse moyenne v, d'un objet parcourant une distance d pendant un temps t par :

$$v = \frac{d}{t}$$

Remarque

Lorsque la vitesse d'un objet est constante, le mouvement de l'objet est dit **uniforme**, le temps de parcours et la distance parcourue sont alors proportionnels.

Exemple

Un train roule 3h30 à la vitesse moyenne de $150km/h$.
Quelle distance a-t-il parcourue pendant ce temps ?

On note x la distance cherchée.

Distance (en km)	150	x
Temps (en min)	60	210

$x = \dfrac{150 \times 210}{60} = 525$. Le train a parcouru 525 kilomètres.

En réalité, le train n'a pas roulé pendant 3h30 à $150km/h$, sa vitesse a varié pendant le trajet (parfois plus vite, parfois moins vite).

Une vitesse moyenne de $150km/h$ signifie que pour parcourir les 525 kilomètres à la même vitesse et dans le même temps il aurait dû rouler à $150km/h$.

2 Deux systèmes de temps

► Si on multiplie des heures par 60 on obtient des minutes.

Temps : Système **décimal**	Temps : Système **sexagésimal**	Explications
1,5 h	$1h$ $30min$	$1{,}5h = 1h + 0,5h = 1h + 0,5 \times 60min = 1h + 30min = 1h\ 30min$
2,8 h	$2h$ $48min$	$2{,}8h = 2h + 0,8h = 2h + 0,8 \times 60min = 2h + 48min = 2h\ 48min$

► Si on divise des minutes par 60 on obtient des heures.

Temps : Système **sexagésimal**	Temps : Système **décimal**	Explications
$3h$ $30min$	$3,5\ h$	$3h\ 30min = 3h + (30 \div 60)h = 3h + 0,5h = 3,5\ h$
$2h$ $36min$	$2,6\ h$	$2h\ 36min = 2h + (36 \div 60)h = 2h + 0,6h = 2,6\ h$

3 Conversion d'unités de vitesse

Lorsque l'on parle de vitesse, on est souvent amené à convertir des km/h en m/s et inversement.

Exemple

► Convertir $72km/h$ en m/s.

$72km = 72\ 000m$ $\qquad$ $1h = 3\ 600s$

Distance (m)	72 000	?
Temps (s)	3 600	1

$? = \dfrac{72\ 000}{3\ 600} = 20$

Ainsi : $72km/h = 20m/s$

► Convertir $30m/s$ en km/h.

Distance (m)	30	?
Temps (s)	1	3 600

$? = 30 \times 3\ 600 = 108\ 000m$

$108\ 000m = 108km$

Ainsi : $30m/s = 108km/h$

III Ratio

1 Définition

Définition :

Soient a, b, i et j des nombres strictement positifs.

On dit que a et b sont dans le ratio $i : j$ si : $\dfrac{a}{i} = \dfrac{b}{j}$.

Exemples

1. Les nombres 40 et 15 sont dans le ratio 8:3.

<u>En effet :</u> $\dfrac{40}{8} = 5$ et $\dfrac{15}{3} = 5$

---

2. Soient a et b des nombres strictement positifs.

Si a et b sont dans le ratio $2 : 3$ alors $\dfrac{a}{2} = \dfrac{b}{3}$.

Cela signifie que pour 2 volumes de a il faut 3 volumes de b.

2 Applications

Exemple

On considère une bouteille de 70 cl de jus de fruit pomme-raisin.
Le volume de jus de raisin et le volume de jus de pomme sont dans le ratio 3 : 5.

► Déterminer les volumes de jus de raisin et de jus de pomme contenus dans cette bouteille de jus de fruit.

On additionne les deux ratios : 3+5= 8.

Il faut donc $\dfrac{5}{8}$ de jus de pomme et $\dfrac{3}{8}$ de jus de raisin.

$$\frac{3}{8} \times 70cl = 26,25cl \qquad \frac{5}{8} \times 70cl = 43,75cl$$

Il faut donc 26,25cl de jus de raisin et 43,75cl de jus de pomme.

$26,25$ et $43,75$ sont dans le ratio 3 : 5, c'est-à-dire : $\dfrac{26,25}{3} = \dfrac{43,75}{5}$