

ARITHMÉTIQUE : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

1. Effectuer la division euclidienne de 124 par 5.

$$\begin{array}{r|l} 124 & 5 \\ - 10 & 24 \\ \hline 24 & \\ - 20 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

2. Effectuer la division euclidienne de 657 par 21.

$$\begin{array}{r|l} 657 & 21 \\ - 63 & 31 \\ \hline 27 & \\ - 21 & \\ \hline 6 & \end{array}$$

3. Écrire l'égalité de la division euclidienne pour les deux questions précédentes.

1. $124 = 5 \times 24 + 4$

2. $657 = 21 \times 31 + 6$

Exercice 2

Complète chaque phrase avec un des mots suivants :
diviseur, multiple

12 est un multiple de 4

11 est un diviseur de 66

100 est un multiple de 25

6 est un diviseur de 48

99 est un multiple de 11

64 est un multiple de 16

Exercice 3

1. 157 328 est-il divisible par 2? Par 3?

Divisible par 2 car son chiffre des unités est 8

$1 + 5 + 7 + 3 + 2 + 8 = 26$ 26 n'est pas divisible par 3 donc 157 328 non plus.

2. 2 856 est-il divisible par 3? Par 4?

$2 + 8 + 5 + 6 = 21$ 21 est divisible par 3 ($3 \times 7 = 21$) donc 2 856 aussi.

56 est divisible par 4 ($4 \times 14 = 56$) donc 2 856 aussi.

3. 4 568 515 est-il divisible par 5? Par 9?

Divisible par 5 car son chiffre des unités est 5.

$4 + 5 + 6 + 8 + 5 + 1 + 5 = 34$ 34 n'est pas divisible par 9 donc 4 568 515 non plus.

Exercice 4

Une usine fabrique 100 voitures par jour. Pour les livrer dans les garages, on les installe sur un camion qui peut transporter jusqu'à 7 voitures.

1. Combien de voyages devra faire, au minimum, ce camion pour transporter ces 100 voitures?

Division euclidienne de 100 par 7 : $100 = 7 \times 14 + 2$
Le camion devra donc faire 15 voyages. 14 voyages complets et un dernier voyage avec seulement 2 voitures.

2. Combien de voitures peut-on rajouter dans le camion du dernier voyage?

On peut rajouter 5 voitures car il y en a 2 dans le dernier voyage et $5 + 2 = 7$ qui est la capacité maximale.

Exercice 5

Cocher les bonnes cases de ce tableau :

est divisible par ...	2	3	5	9	10
345		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
344	<input checked="" type="checkbox"/>				
56 241		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
2 030	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>
240	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>
56 242	<input checked="" type="checkbox"/>				

Exercice 6

Voici 6 nombres :

2 102 756 10 200 295 898 207

1. Lesquels sont divisibles par 4?

756 car 56 est divisible par 4 ($56 = 4 \times 14$).

10 200 car 200 est divisible par 4 ($200 = 4 \times 50$).

2. Lesquels sont divisibles par 9?

756 car $7 + 5 + 6 = 18$ et 18 est divisible par 9 ($18 = 9 \times 2$). 207 car $2 + 0 + 7 = 9$ et 9 est divisible par 9 ($9 = 9 \times 1$).

3. Lesquels sont divisibles par 10

10 200 car son chiffre des unités est 0

Exercice 7

Parmi les produits suivants, déterminer la décomposition en facteurs premiers de 100 et de 102 :

$$\begin{array}{ccc} 2 \times 51 & 10 \times 5 \times 2 & 5 \times 2 \times 2 \\ 2 \times 2 \times 5 \times 5 & 2 \times 3 \times 17 & 2 \times 50 \end{array}$$

100 = 2 × 2 × 5 × 5 et 2 et 5 sont des nombres premiers.

2 × 3 × 17 = 102 et 2, 3 et 17 sont des nombres premiers.

Attention : 2 × 51 = 102 **mais** 51 n'est pas premier : 3 × 17 = 51

Exercice 8

Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers :

1. $36 = 2^2 \times 3^2$
2. $54 = 2 \times 3^3$
3. $98 = 2 \times 7^2$
4. $126 = 2 \times 3^2 \times 7$
5. $550 = 2 \times 5^2 \times 11$
6. $320 = 2^6 \times 5$
7. $425 = 5^2 \times 17$
8. $1\,000 = 2^3 \times 5^3$
9. $195 = 2 \times 5 \times 13$
10. $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$
11. $306 = 2^2 \times 3 \times 17$
12. $124 = 2^2 \times 31$
13. $2\,220 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 31$
14. $4\,692 = 2^2 \times 3 \times 17 \times 23$
15. $2\,310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$
16. $7\,140 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 17$

Exercice 9

Dans chaque cas, rendre la fraction irréductible en utilisant la décomposition en facteurs premiers :

1. $\frac{26}{39} = \frac{2 \times \cancel{13}}{3 \times \cancel{13}} = \frac{2}{3}$
2. $\frac{520}{390} = \frac{2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times \cancel{13}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{13}} = \frac{4}{3}$
3. $\frac{260}{39} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times \cancel{13}}{3 \times \cancel{13}} = \frac{20}{3}$
4. $\frac{1\,040}{780} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times \cancel{5} \times \cancel{13}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{13}} = \frac{4}{3}$

$$5. \frac{320}{128} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{5}{2}$$

$$6. \frac{486}{810} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{2} \times 5 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \frac{3}{5}$$

$$7. \frac{405}{243} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{5}{3}$$

$$8. \frac{252}{336} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{7}} = \frac{3}{4}$$

$$9. \frac{4\,536}{5\,832} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 3} = \frac{7}{9}$$

$$10. \frac{444}{814} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times 3 \times \cancel{37}}{\cancel{2} \times 11 \times \cancel{37}} = \frac{6}{11}$$

$$11. \frac{6\,804}{8\,262} = \frac{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 17} = \frac{14}{17}$$

Exercice 10

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fautive en justifiant la réponse.

1. La somme de deux nombres premiers est toujours un nombre premier.

Faux : 5 + 7 = 12 et 12 n'est pas premier (12 = 2 × 6)

2. Aucun nombre pair n'est premier.

Faux : 2 est premier.

3. Tous les nombres impairs sont premiers.

Faux : 25 est impair mais 25 = 5 × 5.

4. La différence entre deux nombres premiers consécutifs (qui se suivent) est toujours 2.

Faux : 13 et 17 sont deux nombres premiers consécutifs mais 17 - 13 = 4.

5. Aucun multiple de 5 n'est premier.

Faux : car 5 est un multiple de 5 (5 × 1 = 5) et 5 est premier.

Exercice 11

1. Un fleuriste doit réaliser des bouquets tous identiques. Il dispose pour cela de 434 roses et 620 tulipes.

► Comment faire pour réaliser le plus de bouquets identiques possibles en utilisant le plus de fleurs possibles par bouquet ?

On décompose en produit de facteurs premiers :

$$434 = 2 \times 7 \times 31$$

$$620 = 2 \times 2 \times 5 \times 31.$$

On trouve le PGCD :

$$434 = 2 \times 7 \times 31 = 62 \times 7$$

$$620 = 2 \times 2 \times 5 \times 31 = 62 \times 10.$$

Il doit faire 62 bouquets de 7 roses et 10 tulipes chacun.

2. Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or qu'il partage équitablement entre les marins.

► Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

On décompose en produit de facteurs premiers :

$$69 = 23 \times 3$$

$$1150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23$$

$$4140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23$$

On trouve le PGCD :

$$69 = 23 \times 3$$

$$1150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 23 \times 50$$

$$4140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 23 \times 180$$

Il y a 23 marins, chacun aura alors 3 diamants, 50 perles et 180 pièces.

3. Un professeur des écoles partage équitablement entre ses élèves 84 sucettes et 147 bonbons.

► Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?

On décompose en produit de facteurs premiers :

$$84 = 2 \times 7 \times 2 \times 3$$

$$147 = 3 \times 7 \times 7.$$

On trouve le PGCD :

$$84 = 2 \times 7 \times 2 \times 3 = 21 \times 4$$

$$147 = 3 \times 7 \times 7 = 21 \times 7.$$

Il y a 21 élèves dans cette classe, chacun a alors 4 sucettes et 7 bonbons.

Exercice 12

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat.

Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- il ne reste ni œufs, ni poissons ;
- il fasse le plus grand nombre de paquets possible

► Comment doit-il faire ?

On décompose en produit de facteurs premiers :

$$2622 = 2 \times 3 \times 19 \times 23$$

$$2530 = 2 \times 5 \times 11 \times 23$$

$$2622 = 46 \times 57$$

$$2530 = 46 \times 55$$

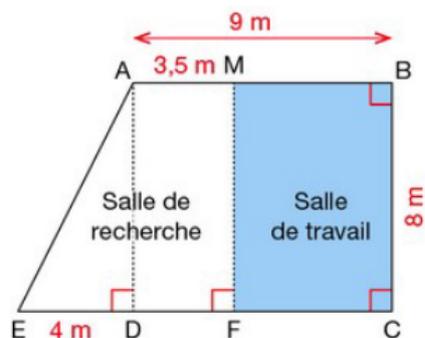
Il devra faire 46 paquets ayant chacun 57 œufs et 55 poissons.

Exercice 16

Le CDI d'un collège doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.

On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail par un nombre **entier** de dalles carrées, identiques, de côté c , le plus grand possible.

Voici la vue de la surface du sol du CDI :



1. Les documentalistes souhaitent que les deux salles aient la même surface, est-ce le cas ?

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{salle recherche}} &= \mathcal{A}_{AED} + \mathcal{A}_{AMFD} \\ &= \frac{4 \times 8}{2} + 3,5 \times 8 \\ &= 16 + 28 \\ &= 44 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{Salle travail}} &= L \times l \\ &= (9 - 3,5) \times 8 \\ &= 5,5 \times 8 \\ &= 44 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Ces deux salles ont bien la même surface de 44 m^2 .

2. Décomposer 550 et 800 en produit de facteurs premiers puis en déduire la valeur de c .

$$550 = 5 \times 11 \times 5 \times 2$$

$$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$$

Longueur de la salle de travail : $5,5 \text{ m}$ soit 550 cm .

Longueur de la salle de travail : 8 m soit 800 cm .

Déterminons $PGCD(550 ; 800)$:

$$550 = 5 \times 11 \times 5 \times 2$$

$$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$$

$$PGCD(550 ; 800) = 2 \times 5 \times 5 = 50$$

$$550 = 50 \times 11 \quad 800 = 50 \times 16$$

Il faudra des dalles carrées ayant pour côté $c = 50 \text{ cm}$.

3. Les dalles coûtent $13,50\text{€}$ le m^2 .

Quelle sera la dépense pour recouvrir le sol de la salle de travail ?

La salle de travail ayant une surface de 44 m^2 , le prix sera de $13,5 \times 44 = 594$ euros