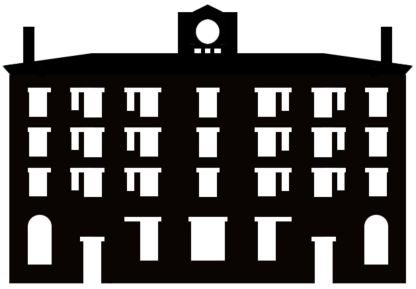


Cours de Mathématiques

Chapitre n° 12 : Fonction numérique

Niveau : Troisième

Année scolaire

2024- 2025

Notions abordées :

- Notion de fonction ;
- Expression numérique, tableau de valeurs et représentation graphique ;
- Vocabulaire (antécédent et image).

Compétences évaluées :

- Utiliser les notations et le vocabulaire fonctionnels ;
- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction ;
- Déterminer un (ou plusieurs) antécédent(s) ;

Chapitre n° 12 : Fonction numérique

Table des matières

Introduction **2**

I Notion de fonction **2**

II Définir une fonction **3**
1 Tableau de valeurs 3
2 Expression algébrique 3
3 Courbe représentative 4

III Résolution d'équation **5**

Chapitre n° 12 : Fonction numérique

Introduction

Voici un programme de calcul que l'on appelle f.

Programme f
Choisir un nombre
Multiplier par 4
Ajouter 10

Avec 5, ce programme de calcul donne :

$$5 \longrightarrow 5 \times 4 = 20 \longrightarrow 20 + 10 = 30$$

Ce programme de calcul représente une *fonction*.
Il associe à chaque nombre, par une suite de calculs, un unique nombre d'arrivé.

Avec un nombre quelconque x, ce programme de calcul donne : $x \longrightarrow 4x \longrightarrow 4x + 10$

On note : $f : x \longmapsto 4x + 10$

I Notion de fonction

Définition : *Fonction*

Une fonction numérique est une application qui à un nombre de départ associe un unique nombre d'arrivé.

Le nombre de départ est appelé antécédent et le nombre d'arrivé est appelé image.

Autrement dit : à un nombre x (appelé variable) une fonction f associe **le** nombre noté $f(x)$

$$f : x \longmapsto f(x)$$

$f(x)$ est l'image de x par la fonction f et se lit « f de x »

Exemple

Soit f la fonction définie par $f : x \longmapsto 5x + 10$.

On a : $f : 4 \longmapsto 30$ cela se note : $f(4) = 30$

- 30 est l'image de 4 par la fonction f.
- 30 est **un** antécédent de 4 par la fonction f.

Remarque

Comme dit dans la définition, chaque nombre n'a qu'une seule image par une fonction donnée.

Toutefois un nombre **peut** avoir plusieurs antécédents.

Exemple

Soit f la fonction qui à un nombre associe son carré. C'est-à-dire : $f : x \longmapsto x^2$.

On a : $f(3) = 3^2 = 9$ et $f(-3) = (-3)^2 = 9$

- L'image de 3 par la fonction f est 9
- L'image de -3 par la fonction f est 9.
- Les antécédents de 9 par la fonction f sont 3 et -3.

À retenir

$$f(a) = b$$

a est un antécédent de b par la fonction f $\qquad$ b est l'image de a par la fonction f

II Définir une fonction

1 Tableau de valeurs

Une fonction peut être définie par un tableau de valeurs, dans ce cas les images et les antécédents se lisent simplement dans le tableau.

Exemple

Voici le tableau d'une certaine fonction f :

x	-4	-1	0	3	7	11
$f(x)$	5	7	-4	12	5	8

- L'image de 3 par la fonction f est 12 : $f(3) = 12$

- L'image de 7 par la fonction f est 5 : $f(7) = 5$

- Un antécédent de 8 par la fonction f est 11, en effet : $f(11) = 8$

- -4 et 7 sont des antécédents de 5 par la fonction f, en effet : $f(-4) = 5$ et $f(7) = 5$.

2 Expression algébrique

Lorsque l'on connaît l'expression algébrique d'une fonction il est possible de déterminer l'image d'un nombre directement par le calcul.

C'est ce que nous avons fait en introduction.

Exemple

Soit f la fonction définie par : $f : x \mapsto x^2 + 5x - 12$

L'image de 3 par la fonction f est : $f(3) = 3^2 + 5 \times 3 - 12$

$= 9 + 15 - 12$

$= 12$

Soit h la fonction définie par : $h : x \mapsto -4x^2 - 6x + 9$

L'image de -5 par la fonction h est : $h(-5) = -4 \times (-5)^2 - 6 \times (-5) + 9$

$= -4 \times 25 + 30 + 9$

$= -61$

3 Courbe représentative

Définition : *Courbe représentative*

La courbe représentative d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.

Exemple

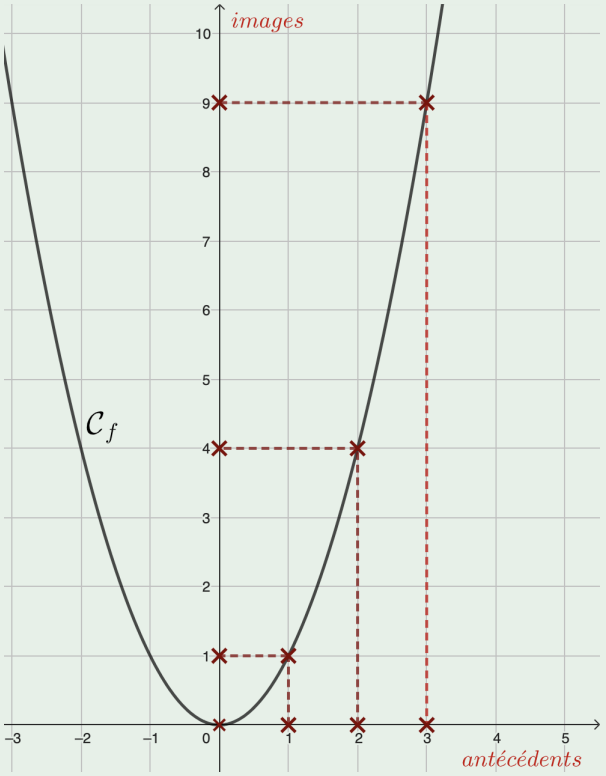
Soit f la fonction définie par : $f : x \mapsto x^2$.

- Les images se lisent sur l'axe des ordonnées.

- Les antécédents se lisent sur l'axe des abscisses.

▶ Déterminons plusieurs points $(x\ ;\ f(x))$

$f(0)=0$	$f(1)=1$	$f(2)=4$	$f(3)=9$
$(0\ ;\ f(0))$	$(1\ ;\ f(1))$	$(2\ ;\ f(2))$	$(3\ ;\ f(3))$
$(0\ ;\ 0)$	$(1\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ 4)$	$(3\ ;\ 9)$



Remarque

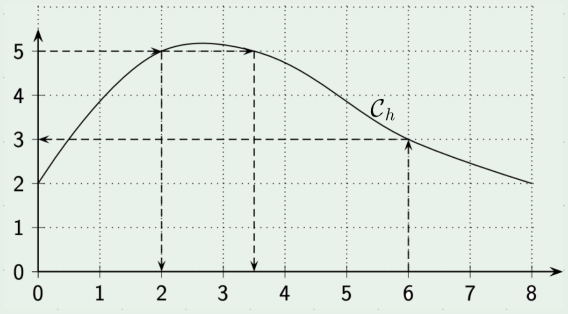
On a parfois la courbe représentative d'une fonction sans pour autant avoir l'expression algébrique de la fonction

Exemple

Voici la courbe représentative de la fonction h.

Par lecture graphique :

- L'image de 6 par la fonction h est 3.
- 2 et 4 sont des antécédents de 5 par la fonction h



Remarques

- Pour déterminer des images et des antécédents, la lecture graphique est peu précise (sauf lorsque les points sont explicitement indiqués sur le graphique)
- Le tableau de valeurs donne des valeurs précises mais leur nombre est limité.

III Résolution d'équation

Lorsque l'on connaît l'expression algébrique d'une fonction, il est parfois possible de déterminer nous-même des antécédents.

Exemple

Soit g la fonction définie par : $g : x \mapsto 4x - 5$.

▶ Déterminer un antécédent de 23 par la fonction g.

On cherche x tel que :

$$\begin{aligned} g(x) &= 23 \\ 4x - 5 &= 23 \\ 4x - 5 \ {\color{red}+5} &= 23 \ {\color{red}+5} \\ 4x &= 28 \\ \frac{4x}{{\color{red}4}} &= \frac{28}{{\color{red}4}} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

23 possède un antécédent par la fonction f, il s'agit de 7.

On a : $f(7) = 4 \times 7 - 5 = 28 - 5 = 23$

Exemple

Soit g la fonction définie par : $f : x \mapsto 25 - 4x^2$.

▶ Déterminer un antécédent de 0 par la fonction f.

On cherche x tel que :

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 25 - 4x^2 &= 0 \\ (5 - 2x)(5 + 2x) &= 0 \end{aligned}$$

Si un produit est nul alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Soit :

$$\begin{aligned} 5 - 2x &= 0 \\ 5 &= 2x \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned} 5 + 2x &= 0 \\ 2x &= -5 \\ x &= \frac{-5}{2} \end{aligned}$$

Ainsi : $\frac{-5}{2}$ et $\frac{5}{2}$ sont des antécédents de 0 par la fonction f.

0 possède deux antécédents par la fonction f : $\frac{5}{2}$ et $\frac{-5}{2}$.

On a : $f\left(\frac{5}{2}\right) = 25 - 4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 25 - 4 \times \frac{25}{4} = 25 - 25 = 0.$ et $f\left(\frac{-5}{2}\right) = 23$