Chapitre 12

Fonction numérique : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

a. Soit f la fonction définie par $f:\ x \longmapsto -2x+3$

a. Déterminer l'image de 10 par la fonction f.

b. Déterminer l'image de -6 par la fonction f.

a. $f(10) = -2\times 10+3 = -17$

b. $f(-6) = -2\times(-6)+3 = 15$

b. Soit h la fonction définie par $h:\ x \longmapsto 3x^2-10$

a. Déterminer l'image de 5 par la fonction h.

b. Calculer $h(4)$.

c. Calculer $h(-10)$.

a. $h(5) = 3\times 5^2-10 = 65$

b. $h(4) = 3\times 4^2-10 = 38$

c. $h(-10) = 3\times 5(-10)^2-10 = 290$

Calculer $h(5)$ signifie la même chose que déterminer l'image de 5 par la fonction h.

c. Soit g la fonction définie par $g : x \longmapsto x(x+4)$.
Compléter le tableau suivant :

x	-6	-4	-1	0	2	3	5
$g(x)$	12	0	-3	0	12	21	27

Exercice 2

Compléter les phrases ci-dessous avec les mots *image* ou *antécédent* à l'aide du tableau de valeurs.

x	-5	$-2,5$	-1	0	7	11
$f(x)$	-3	0	3	-5	4	0

a. 4 est l'image de 7 par la fonction f.

b. -5 est un antécédent de -3 par la fonction f.

c. 0 est un antécédent de -5 par la fonction f.

d. 11 est un antécédent de 0 par la fonction f.

e. 0 est l'image de $-2,5$ par la fonction f.

f. 3 est l'image de -1 par la fonction f.

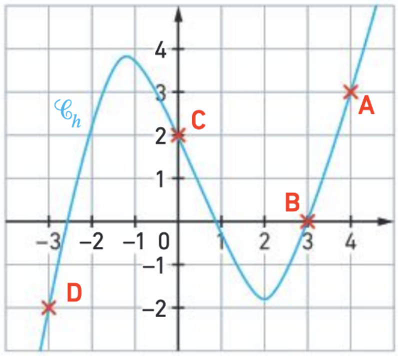
g. 7 est un antécédent de 4 par la fonction f.

Exercice 3

$\mathcal{C}_h$ est la courbe représentative de la fonction h.

a. Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D.

b. En déduire les images de -3, 0, 3 et 4 par la fonction h.



1. $A(4\ ;\ 3)$ $B(3\ ;\ 0)$ $C(0\ ;\ 2)$ $D(-3\ ;\ -2)$

2. L'image de -3 par la fonction f est -2 car le point $D(-3\ ;\ -2)$ appartient à $\mathcal{C}_h$ et donc $D(-3\ ;\ \underbrace{f(-3)}_{=-2})$.

L'image de 0 par la fonction f est 2 car le point $C(0\ ;\ 2)$ appartient à $\mathcal{C}_h$ et donc $C(0\ ;\ \underbrace{f(0)}_{=-2})$.

L'image de 3 par la fonction f est 0 car le point $B(3\ ;\ 0)$ appartient à $\mathcal{C}_h$ et donc $C(0\ ;\ \underbrace{f(0)}_{=-3})$.

L'image de 4 par la fonction f est 3 car le point $A(4\ ;\ 3)$ appartient à $\mathcal{C}_h$ et donc $A(4\ ;\ \underbrace{f(4)}_{=3})$

Exercice 4

Voici la courbe représentative d'une fonction h.

a. Compléter :

$h(-2) = 1$

$h(-1) = 3$

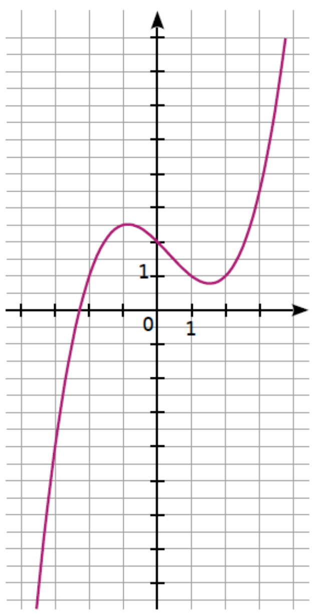
$h(-3) = -4$

$h(0) = 2$

$h(1) = 1$

$h(2) = 1$

$h(3) = 3,5$



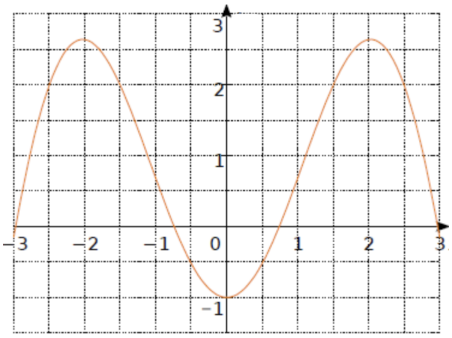
b. Déterminer les antécédents de 1 par la fonction h.
Les antécédents de 1 par la fonction h sont -2 ; 0 ; 1.

Exercice 5

Voici la courbe représentative d'une fonction f.

a. Compléter le tableau ci-dessous :

x	$f(x)$
$-2,5$	2
$-0,5$	$-0,5$
0	-1
1,5	2
2,5	2



b. Déterminer les antécédents de : 2 ; $-0,5$; 3

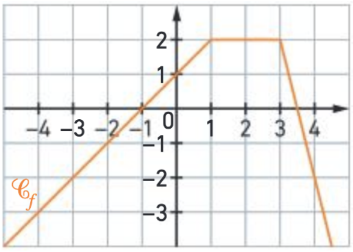
Antécédent de 2 : $-2,5$; $-1,5$; $1,5$; $2,5$

Antécédent de $-0,5$: $-0,5$; $0,5$

Antécédent de 3 : Aucun entre -3 et 3.

Exercice 6

Voici la courbe représentative d'une fonction f.



a. Déterminer $f(1)$, $f(-1)$ et $f(-3)$

$f(1) = 2$, $f(-1) = 0$ et $f(-3) = -2$

b. Quelle est l'image de -4 par la fonction f ?

$f(-4) = -3$

c. Quelle est l'image de 4 par la fonction f ?

$f(4) = -2$

d. Déterminer les antécédents de 2 par la fonction f ?

Les antécédents de 2 sont tous les nombres compris entre 1 et 3.

e. Déterminer les antécédents de -2 par la fonction f ? Les antécédents de -2 sont ici -3 et 4.

Exercice 7

a. Déterminer l'antécédent de -3 par la fonction f définie par $f(x) = 4x + 1$.

On cherche x tel que $f(x) = -3$, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{rlcll} & 4x+1 & = & -3 & \\ -1 & 4x+1 & = & -3 & -1 \\ & 4x & = & -4 & \\ & \dfrac{4x}{4} & = & \dfrac{-4}{4} & \\ & x & = & -1 & \end{array}$$

-1 est l'antécédent de -3.

b. Déterminer l'antécédent de 5 par la fonction g définie par $g(x) = 16x - 272$.

On cherche x tel que $g(x) = 5$, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{rlcll} & 16x-272 & = & 5 & \\ +272 & 16x-272 & = & -3 & +272 \\ & 16x & = & 275 & \\ & \dfrac{16x}{16} & = & \dfrac{275}{16} & \\ & x & = & \dfrac{275}{16} & (= 17,1875) \end{array}$$

c. Soit h la fonction définie par $h :\ x \longrightarrow -14x + 45$. Déterminer un nombre x tel que $h(x) = x$

On cherche x tel que $h(x) = x$, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{rlcll} & -14x+45 & = & x & \\ +14x & -14x+45 & = & x & +14x \\ & 45 & = & 15x & \\ & \dfrac{45}{15} & = & \dfrac{15x}{15} & \\ & 3 & = & x & \end{array}$$

d. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction k définie par $k(x) = (6x - 3)(2x + 11)$.

On cherche x tel que $k(x) = 0$, c'est-à-dire :

$(6x - 3)(2x + 11) = 0$

Si un produit est nul alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Soit :

$$\begin{array}{rlcll} & 6x-3 & = & 0 & \\ +3 & 6x-3 & = & 0 & +3 \\ & 6x & = & 3 & \\ & \dfrac{6x}{6} & = & \dfrac{3}{6} & \\ & x & = & 0,5 & \end{array}$$

Soit :

$$\begin{array}{rlcll} & 2x+11 & = & 0 & \\ -11 & 6x-3 & = & 0 & -11 \\ & 2x & = & -11 & \\ & \dfrac{2x}{2} & = & \dfrac{-11}{1} & \\ & x & = & -5,5 & \end{array}$$

Les antécédents de 0 par k sont 0,5 et $-5,5$.

e. Déterminer les antécédent de 0 par la fonction j définie par $j(x) = 75x^2 + 300x + 300$.

On pourra factoriser par 3 l'expression de j

$j(x) = 75x^2 + 300x + 300 = 3(25x^2 + 100x + 100)$

On veut $j(x) = 0$

C'est-à-dire : $75x^2 + 300x + 300 = 0$

Soit : $3(25x^2 + 100x + 100) = 0$

On peut factoriser avec les identités remarquables :

$$25x^2 + 100x + 100 = (5x+10)^2$$

Donc on cherche x tel que $3(5x+10)^2 = 0$

Il faut donc :

$$\begin{array}{rrcll} & 5x+10 & = & 0 & \\ -10 & 5x+10 & = & 0 & -10 \\ & 5x & = & -10 & \\ & \dfrac{5x}{5} & = & \dfrac{-10}{5} & \\ & x & = & -0,5 & \end{array}$$

Exercice 8

Soit f une fonction définie par $f : x \longmapsto \frac{1}{2}x^2 + 5x - 13$.

a. Calculer $f(4)$.

$f(4) = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 \times 4 - 13 = 15$

b. En déduire pourquoi le point $A(4;15)$ appartient à la courbe représentative de f.

L'image de 4 est 15 donc le point A de coordonnées $(4;15)$ appartient bien à la courbe représentative de f.

c. Calculer $f(-6)$.

$f(4) = \frac{1}{2} \times (-6)^2 + 5 \times (-6) - 13 = -25$

d. Le point $B(-6;-20)$ appartient-il à la courbe représentative de f ?

L'image de -6 n'est pas -20 (c'est -25) donc le point B de coordonnées $(-6;-20)$ n'appartient pas à la courbe représentative de f.

Exercice 9

Soit h la fonction définie par $h : x \longmapsto \dfrac{x+2}{x-1}$

a. Calculer $h(11)$

$h(11) = \dfrac{11+2}{11-1} = \dfrac{13}{10} = 1,3$

b. Peut-on calculer l'image de n'importe quel nombre par cette fonction ?

Non il n'est pas possible de calculer l'image de 1 car cela donnerait un dénominateur égal à 0 et ce n'est pas possible.

c. Déterminer un antécédent de 0 par h.

Pour que $h(x) = 0$ il faut que le numérateur soit égal à 0.

C'est-à-dire $x + 2 = 0$.

Un antécédent de 0 par cette fonction est donc -2.

d. Déterminer un antécédent de 1 par h.

Pour qu'une fraction soit égale à 1 il faut que son numérateur et son dénominateur soit identique. $\left(\dfrac{3}{3} \ ; \ \dfrac{34}{34}\right)$

Donc si on veut que $\dfrac{x+2}{x-1} = 1$

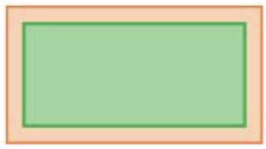
Il faut :

$$\begin{array}{rrcll} & x+2 & = & x-1 & \\ -x & x+2 & = & x-1 & -x \\ & +2 & = & -1 & \end{array}$$

Cette dernière égalité n'est pas possible donc 1 n'a pas d'antécédent par cette fonction.

Exercice 10

Un terrain rectangulaire, de 30 mètres de long et de 16 mètres de large, est composé d'une allée de largeur constante x qui fait le tour d'une partie centrale végétalisée (rectangulaire aussi).



a. Exprimer, en fonction de x, l'aire $\mathcal{A}(x)$ de la partie végétalisée.

Pour déterminer la longueur et la largeur de la partie végétalisée, il faut prendre la longueur et la largeur total du terrain ($30m$ et $16m$) et enlever x de chaque côté (largeur du chemin)

Longueur : $30 - 2x$ Largeur : $16 - 2x$

$$\begin{array}{lcl} \mathscr{A}(x) & = & L \times l \\ \mathscr{A}(x) & = & (30-2x)(16-2x) \\ \mathscr{A}(x) & = & 30 \times 16 - 30 \times 2x - 2x \times 16 - 2x \times (-2x) \\ \mathscr{A}(x) & = & 480 - 60x - 32x + 4x^2 \\ \mathscr{A}(x) & = & 4x^2 - 92x + 480 \end{array}$$

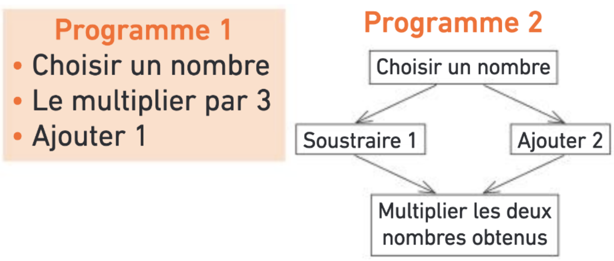
b. Calculer $\mathcal{A}(2)$ et interpréter concrètement ce résultat.

D'après la question précédente :

$$\begin{array}{lcl} \mathscr{A}(2) & = & 4 \times 2^2 - 92 \times 2 + 480 \\ \mathscr{A}(2) & = & 4 \times 4 - 184 + 480 \\ \mathscr{A}(2) & = & 16 - 184 + 480 \\ \mathscr{A}(2) & = & 312 \end{array}$$

Cela signifie que su l'allée a une largeur de 2 mètres alors l'aire de la partie végétalisée est de 312 m^2.

Exercice 11



a. Vérifier qu'avec 5 comme nombre de départ le programme 1 donne 16 et le programme 2 donne 28.

On appelle $\mathcal{A}(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre de départ x choisi.

La fonction $B : x \longmapsto (x-1)(x+2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre de départ x choisi.

b. Exprimer $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x.

c. Déterminer le nombre qu'il faut choisir au départ pour que le programme 1 donne 0.

d. Développer et réduire $B(x) = (x-1)(x+2)$.

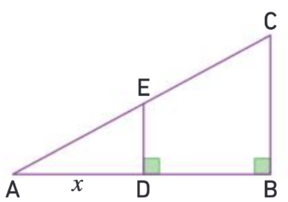
e. Montrer que $B(x) - A(x) = (x+1)(x-3)$

f. Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat ?

Exercice 12

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que :

$AB = 5\ cm$ et $BC = 3\ cm$



D est un point quelconque du segment $[AB]$.

La droite perpendiculaire à $[AB]$ passant par D coupe le segment $[AC]$ en E.

On pose $AD = x$

a. À l'aide du théorème de Thalès, exprimer la longueur ED en fonction de AD.

b. Soit f la fonction qui a x fait correspondre la longueur ED.

Montrer que $f(x) = \dfrac{3}{5}x$.

c. Compléter le tableau de valeurs suivants :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$						