

Chapitre n° 14 : Fonction linéaire et fonction affine

I Fonction linéaire

1 DÉFINITION



Définition : *Fonction linéaire*

Soit a un nombre fixé.

La **fonction linéaire** de **coefficient** a est la fonction f qui à tout nombre x associe le nombre ax .

$$f : x \mapsto ax$$

a est appelé **coefficient de linéarité**.

Exemples

- $f : x \mapsto 5x$ est une fonction linéaire de coefficient
- $g : x \mapsto \frac{-4}{7}x$ est une fonction linéaire de coefficient
- $f : x \mapsto 12x + 4$ n'est **pas** une fonction linéaire.

2 IMAGE ET ANTÉCÉDENT

PROPRIÉTÉ.

Soit f une fonction linéaire de coefficient a alors : $f(1) = a$

Exemple

Soit h la fonction définie par $h : x \mapsto 12x$.

Déterminer l'antécédent de 30 par la fonction h .

Tableau de valeurs

Complétons le tableau de valeurs de la fonction $f : x \mapsto 3x$.

x	-5	-2	0	1	4	7
$f(x)$						

À toute situation de proportionnalité, on peut associer une fonction linéaire (et inversement).

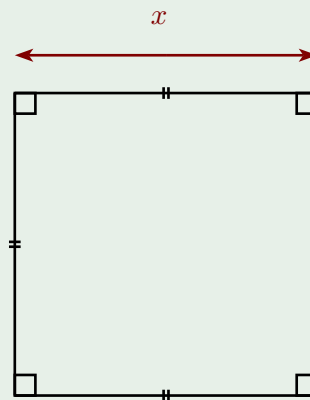
Exemple

Soit x un nombre positif.

Un carré de côté x cm a un périmètre de longueur $4x$ cm.

On peut modéliser cette situation avec la fonction -----

Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité, si la longueur x double alors le périmètre double aussi.

**3 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE****Définition :**

La **représentation graphique** de la fonction linéaire $x \mapsto ax$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax)$.

PROPRIÉTÉ.

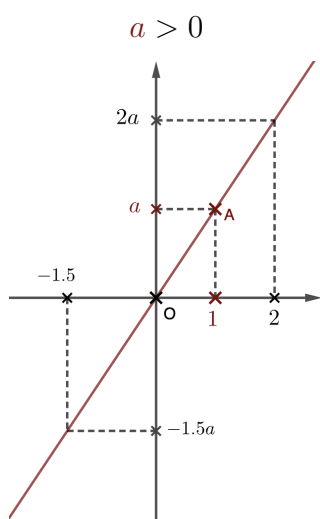
La représentation graphique de la fonction $x \mapsto ax$ est la droite (OA) où O est l'origine du repère et A le point de coordonnées $(1 ; a)$.

REMARQUES

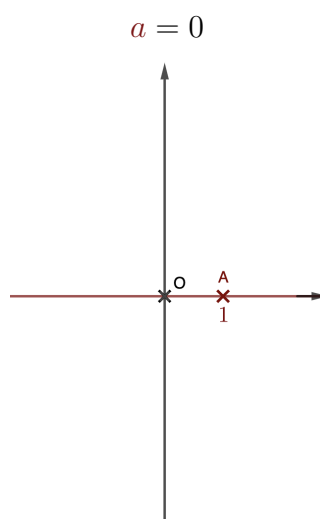
- Il suffit de 2 points pour tracer une droite : l'image de 0 est toujours 0 et celle de 1 est toujours a .
- Une situation de proportionnalité pouvant être associée à une fonction linéaire, on explique ainsi pourquoi la représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite passant par l'origine.

**Définition : Coefficient directeur**

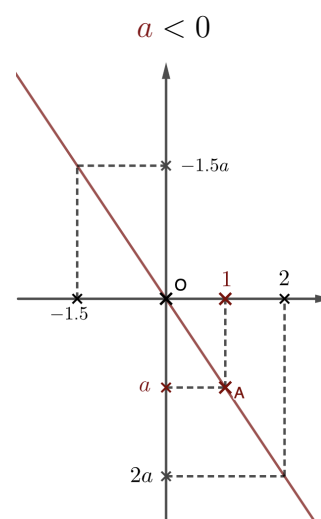
On dit que le nombre a est le **coefficient directeur** de la droite (OA) .



La droite (OA) « monte ».



La droite (OA) est confondue avec l'axe des abscisses



La droite (OA) « descend ».

4 DÉTERMINER L'EXPRESSION D'UNE FONCTION LINÉAIRE

Exemples

- Déterminer l'expression de la fonction linéaire f telle que $f(6) = 10,8$

.....

.....

- Déterminer l'expression de la fonction h représentée par la droite (d) .

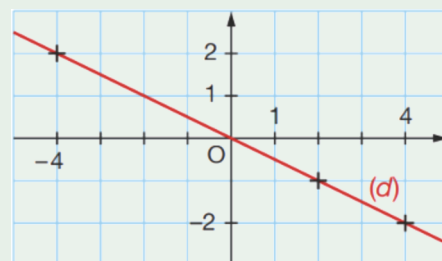
Sur le graphique on peut lire les coordonnées suivantes

.....

.....

.....

.....



PROPRIÉTÉ.

Soit f une fonction linéaire alors pour tout nombre x non nul on a : $a = \frac{f(x)}{x}$

Exemples

On reprend les deux points de l'exemple précédent.

.....

.....

II Fonction affine

1 DÉFINITION



Définition : Fonction affine

Soit a et b deux nombres fixés.

On appelle **fonction affine** toute fonction f qui à tout nombre x associe le nombre $ax + b$.

$$f : x \mapsto ax + b$$

a est appelé **coefficient directeur** et b **ordonnée à l'origine**.

Exemples

- $f : x \mapsto 7x + 12$ fonction affine de coefficient directeur et d'ordonnée à l'origine
- $g : x \mapsto -5x - 8$ fonction affine de coefficient directeur et d'ordonnée à l'origine

REMARQUES

- Si $b = 0$ alors on retrouve une fonction linéaire.
Les fonctions linéaires sont donc des cas particuliers de fonctions affines.
- Si $a = 0$ alors on retrouve une fonction constante.
- Si $a = b = 0$ alors on retrouve la fonction *nulle*.

2 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

**Définition :**

La **représentation graphique** de la fonction linéaire $x \mapsto ax + b$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax + b)$.

PROPRIÉTÉ.

Soit f une fonction affine de coefficient directeur a et d'ordonnée à l'origine b .

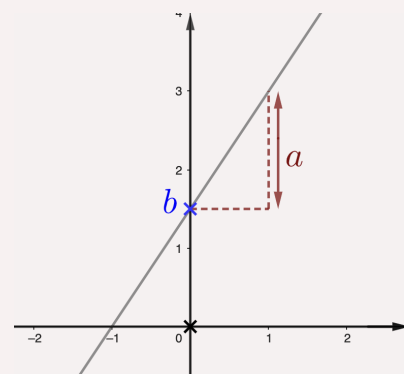
Alors : b est l'image de 0 par la fonction f .

C'est-à-dire : $f(0) = b$.

PROPRIÉTÉ.

Si une fonction est affine, alors sa représentation graphique est une droite.

Réciproquement : Si la représentation graphique d'une fonction est une droite, alors cette fonction est affine.



REMARQUE

Comme pour une fonction linéaire, le coefficient directeur a nous dit de combien on monte (ou de combien on descend) à chaque fois que l'on se déplace d'une unité.

PROPRIÉTÉ.

Soit f une fonction affine de coefficient directeur a et d'ordonnée à l'origine b .

Pour tous nombres x_1 et x_2 tels que $x_1 \neq x_2$ on a : $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

Démonstration.

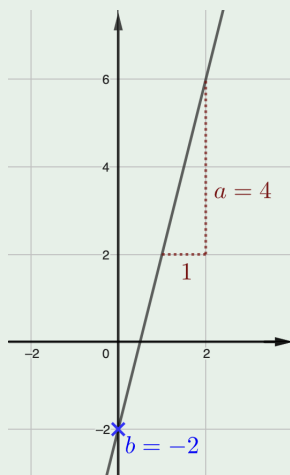
REMARQUE

Comme pour les fonctions linéaires, le coefficient a donne la direction de la droite (elle monte ou bien elle descend).

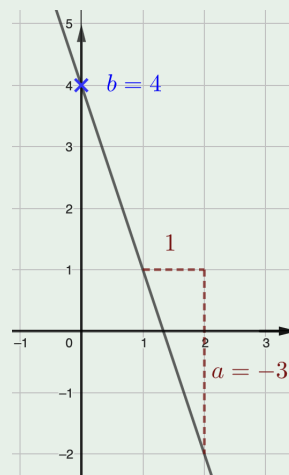
L'ordonnée à l'origine b indique que la droite coupe l'axe des ordonnées au point $(0 ; b)$.

Exemple

$$f : x \mapsto 4x - 2$$



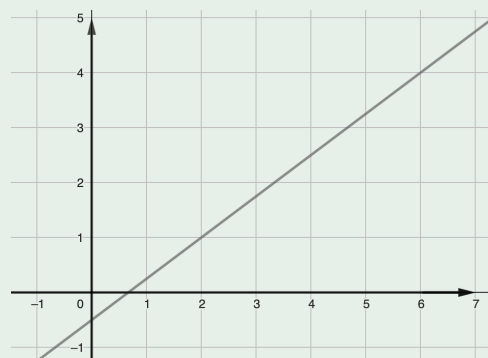
$$f : x \mapsto -3x + 4$$



3 DÉTERMINER L'EXPRESSION D'UNE FONCTION LINÉAIRE

Exemple

Déterminer l'expression de la fonction f représentée ci-contre.



Exemple

Soit g une fonction affine telle que $g(-3) = -9$ et $g(4) = 5$.

Déterminer l'expression de cette fonction.
