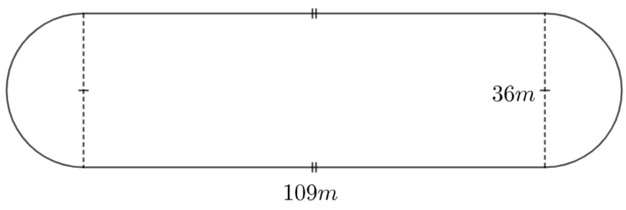
Chapitre 1

Périmètres, Aires et Volumes : Fiche d'exercices - Correction

Exercice 1

Lors de son entraînement hebdomadaire Lucille effectue 8 tours de piste dont voici les dimensions :



Quelle distance Lucille aura-t-elle parcouru lors de son entraînement ?

On commence par déterminer la distance parcourue lors d'un tour de piste.

Lucille parcourt 2 segments de longueurs 109 m soit $2 \times 109 = 218$ m.

Lucille parcourt aussi deux demi-cercles **identiques** de diamètre 36 m, ce qui forme un cercle entier, de périmètre :

$\mathscr{P} = \pi \times d$

$\mathscr{P} = \pi \times 36$

$\mathscr{P} = 36\pi$ cm

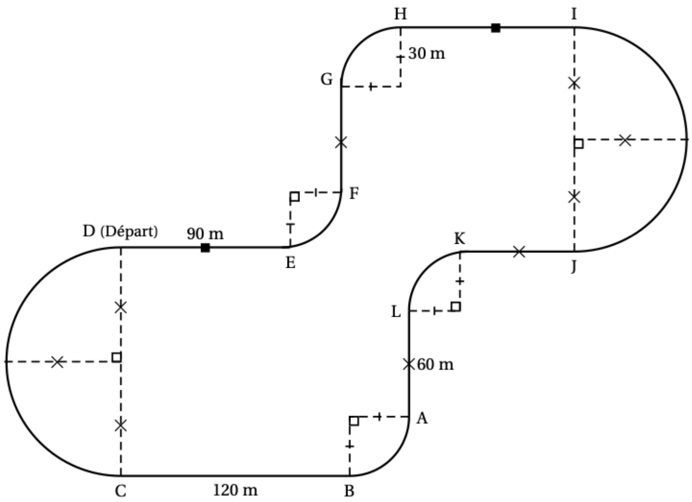
$\mathscr{P} \simeq 113$ m

Un tour : $113 + 218 = 331$ m

Huit tours : $8 \times 331 = 2\ 648$ m

Lors de son entraînement, Lucille parcourt 2 648 m soit 2,648 km.

Exercice 2



Déterminer la longueur de cette piste.
Arrondir le résultat à l'unité.

Segments : $120 + 90 \times 2 + 60 \times 3 \;=\; 480$ m

Deux demi-cercles identiques donc cela revient à déterminer la longueur d'un cercle entier.

$\pi \times 2 \times r \;=\; \pi \times 2 \times 60 \;\simeq\; 377$ m.

Quatre quart de cercle identiques donc cela revient à déterminer la longueur d'un cercle entier.

$\pi \times 2 \times r \;=\; \pi \times 2 \times 30 \;\simeq\; 188$ m.

$480 + 377 + 188 \;=\; 1\ 075$

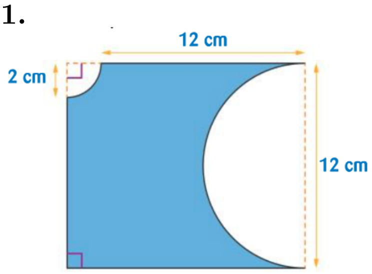
Ainsi, la longueur total de la piste est de 1 075 m, soit 1,075 km.

Exercice 3

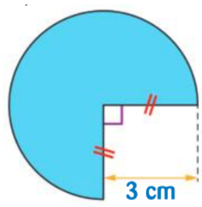
Déterminer le périmètre de chacune de ces figures.

Arrondir le résultat au *mm* : Cela signifie que l'on donne une décimale car l'unité est le *cm*.

1.



2.



1. Segments : $12 + \underbrace{10}_{(12-2)} + \underbrace{14}_{(12+2)} = 36\ cm$

Demi-cercle : $\dfrac{\pi \times d}{2} = \dfrac{\pi \times 12}{2} \simeq 18,8\ cm$

Quart-cercle : $\dfrac{\pi \times 2 \times r}{4} = \dfrac{\pi \times 2 \times 2}{2} \simeq 6,3\ cm$

Total : $\mathscr{P}_1 = 36 + 18,8 + 6,3 = 61,1\ cm$

2. Il s'agit d'un trois quart-de cercle, on peut procéder de plusieurs manières.

Un quart : $\dfrac{\pi \times 2 \times r}{4} = \dfrac{\pi \times 2 \times 3}{4} \simeq 4,7\ cm$

Trois quarts : $3 \times 4,7 = 14,1\ cm$

Segments : $3 + 3 = 6\ cm$

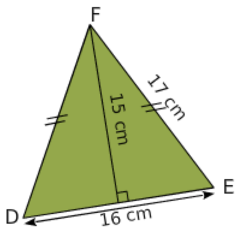
Total : $\mathscr{P}_2 = 14,1 + 6 = 20,1\ cm$

Autre méthode : On peut également déterminer la longueur totale du cercle puis enlever un quart

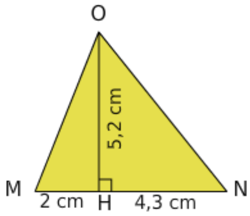
Exercice 4

Déterminer l'aire de chacune de ces figures.

1.



2.



$\mathscr{A}_{FDE} = \dfrac{b \times h}{2}$

$\mathscr{A}_{FDE} = \dfrac{16 \times 15}{2}$

$\mathscr{A}_{FDE} = 120\ cm^2$

$\mathscr{A}_{MON} = \dfrac{b \times h}{2}$

$\mathscr{A}_{MON} = \dfrac{b \times h}{2}$

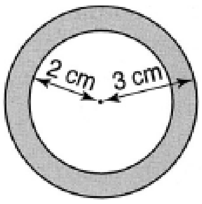
$\mathscr{A}_{MON} = \dfrac{(2 + 4,3) \times 5,2}{2}$

$\mathscr{A}_{MON} = 16,38\ cm^2$

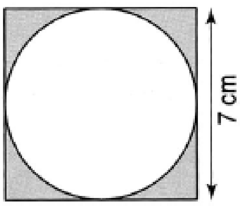
Exercice 5

Quelle est l'aire de la partie grisée de chacune des figures ci-dessous ?

1.



2.



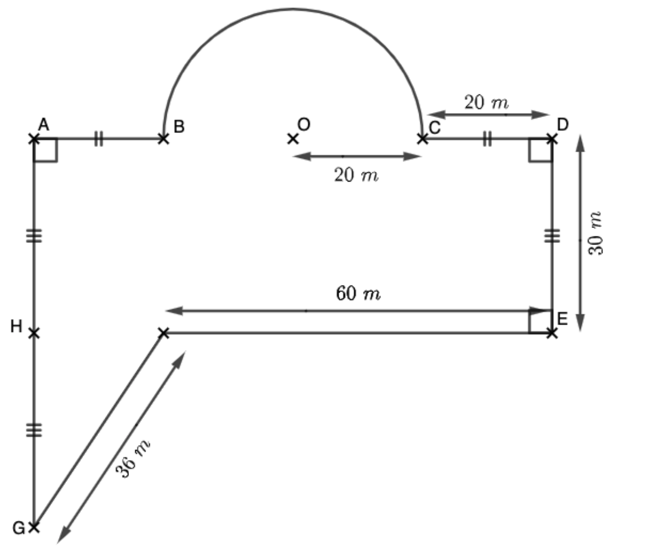
1. Pour obtenir l'aire de la première surface grisée, on calcule l'aire du disque de rayon 3 *cm* et on lui soustrait l'aire du disque de rayon 2 *cm*.

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}_{grisee1} &= \pi \times 3^2 - \pi \times 2^2 \\
\mathscr{A}_{grisee1} &= 9\pi - 4\pi \\
\mathscr{A}_{grisee1} &= 5\pi \\
\mathscr{A}_{grisee1} &\simeq 15,7\ cm^2
\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}_{grisee2} &= \mathscr{A}_{carre} - \mathscr{A}_{disque} \\
\mathscr{A}_{grisee12} &= c^2 - \pi \times r^2 \\
\mathscr{A}_{grisee2} &= 7^2 - \pi \times 3,5^2 \\
\mathscr{A}_{grisee2} &\simeq 49 - 38,5 \\
\mathscr{A}_{grisee2} &\simeq 10,5\ cm^2
\end{aligned}$$

Exercice 6



1. Déterminer le périmètre de cette figure.

Segments : $36 + 60 + 30 \times 3 + 20 \times 2 \; = \; 226 \; m$

Demi-cercle : $\dfrac{\pi \times 2 \times r}{2} \; = \; \dfrac{\pi \times 2 \times 20}{2} \; \simeq \; 62,8 \; m$

Périmètre $\simeq 226 + 62,8 \; = \; 288,8 \; m$

2. Déterminer l'aire de cette figure.

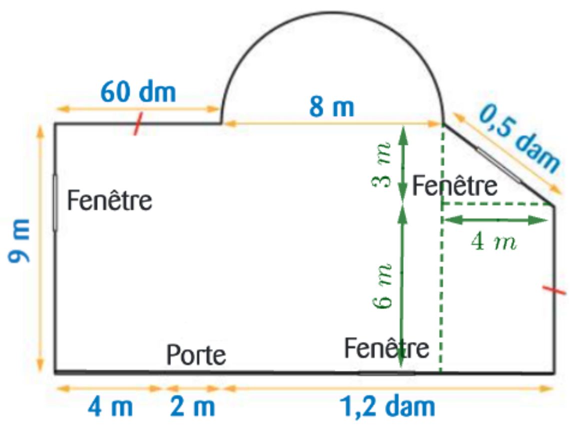
Rectangle : $L \times l \; = \; 80 \times 30 \; = \; 2\ 400 \; m^2$

Demi-disque : $\dfrac{\pi \times r^2}{2} \; = \; \dfrac{\pi \times 20^2}{2} \; \simeq \; 628 \; m^2$

Triangle : $\dfrac{b \times h}{2} \; = \; \dfrac{20 \times 30}{2} \; = \; 300 \; m^2$

Aire $\simeq 2\ 400 + 628 + 300 \; = \; 3\ 328 \; m^2$

Exercice 7



1. Déterminer le périmètre de cette figure.
Arrondir au *cm*.

On peut, par exemple, convertir toutes les longueurs en mètre.

Segments : $6 + 9 + 4 + 2 + 12 + 6 + 5 \; = \; 44 \; m$

Demi-cercle : $\dfrac{\pi \times d}{2} \; = \; \dfrac{\pi \times 8}{2} \; \simeq \; 12,57 \; m$

Total : $\mathscr{P} = 44 + 12,6 \; = \; 56,57 \; m$

2. Déterminer l'aire de cette figure. Arrondir à l'unité.

Pour déterminer l'aire, on peut, par exemple, procéder au découpage ci-dessus.

Petit rectangle : $L \times l \; = \; 6 \times 4 \; = \; 24 \; m^2$

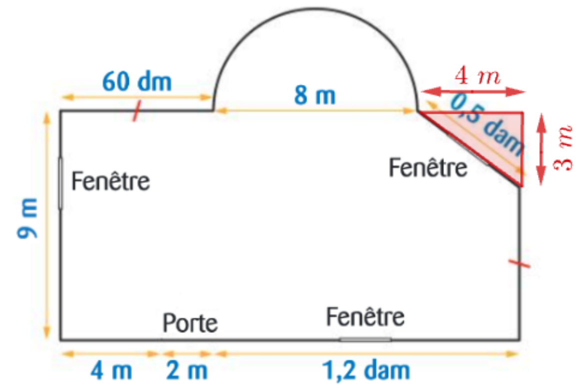
Grand rectangle : $L \times l \; = \; 14 \times 9 \; = \; 126 \; m^2$

Triangle : $\dfrac{b \times h}{2} \; = \; \dfrac{4 \times 3}{2} \; = \; 6 \; m^2$

Demi-disque : $\dfrac{\pi \times r^2}{2} \; = \; \dfrac{\pi \times 4^2}{2} \; \simeq \; 25 \; m^2$

Total : $\mathscr{A} = 24 + 126 + 6 + 25 \; = \; 181 \; m^2$

Autre méthode : On peut considérer le grand rectangle de longueur 18 m et de largeur 9 m et lui enlever le triangle rouge.



$$\mathscr{A} \; = \; \underbrace{L \times l \; - \; \frac{b \times h}{2}}_{\text{Grand rectangle - triangle}} \; + \; \frac{\pi \times r^2}{2}$$

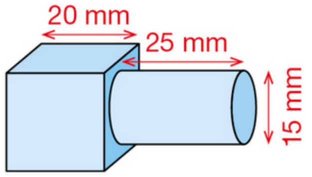
$$\mathscr{A} \; = \; 18 \times 9 \; - \; \frac{4 \times 3}{2} \; + \; \frac{\pi \times r^2}{2}$$

$$\mathscr{A} \; \simeq \; 162 \; - 6 \; + \; 25$$

$$\mathscr{A} \; = \; 181 \; m^2$$

Exercice 8

Ce solide est composé d'un cube et d'un cylindre.



Calculer le volume de ce solide en cm^3.

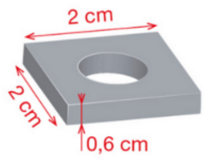
Rayon du cylindre : $15\ mm \div 2 \ = \ 7,5\ mm$

$$\begin{aligned}
\mathcal{V} &= \mathcal{V}_{cube} &&+ \mathcal{V}_{cylindre}\\
&= c^3 &&+ \pi \times r^2 \times h\\
&= 20^3 &&+ \pi \times 7,5^2 \times 25\\
&\simeq 8\ 000 &&+ 4\ 418\\
&= 12\ 418\ cm^3
\end{aligned}$$

Le volume de ce solide est d'environ 12 418 cm^3.

Exercice 9

Cette rondelle d'écrou est composée d'un pavé droit auquel on a enlevé un cylindre de rayon 1 cm.



Calculer, en cm^3, le volume de cet écrou.
Arrondir le résultat au dixième.

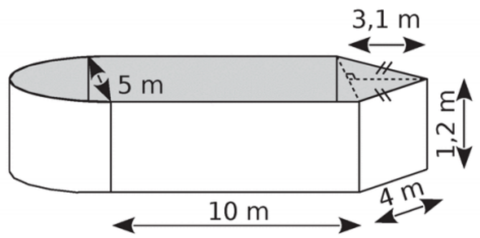
Il faut calculer le volume du pavé droit et soustraire le volume du cylindre central de rayon 0,5 cm.

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{ecrou} &= \mathcal{V}_{pave} &&- \mathcal{V}_{cylindre}\\
&= L \times l \times h &&- \pi \times r^2 \times h\\
&= 2 \times 2 \times 0,6 &&- \pi \times 0,5^2 \times 0,6\\
&\simeq 2,4 &&- 0,47\\
&\simeq 1,9\ cm^3
\end{aligned}$$

Le volume de cet écrou est d'environ 1,9 cm^3.

Exercice 10

Voici le schéma d'une piscine.



1. Exprimer son volume en m^3, arrondi à l'unité.

Cette piscine se compose d'un pavé droit central, d'un demi-cylindre de rayon $5\ m \div 2 = 2,5\ m$ et d'un prisme droit à base triangulaire.

$$\mathcal{V}_{pave} \ = \ L \times l \times h \ = \ 10 \times 5 \times 1,2 \ = \ 60\ m^3$$

$$\mathcal{V}_{demi-cylindre} \ = \ \frac{\pi \times r^2 \times h}{2} \ = \ \frac{\pi \times 2,5^2 \times 1,2}{2}$$

$$\mathcal{V}_{demi-cylindre} \ \simeq \ 11,8\ m^3$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{prisme} &= \mathscr{A}_{base} &&\times h\\
&= \frac{b \times h}{2} &&\times 1,2\\
&= \frac{5 \times 3,1}{2} &&\times 1,2\\
&= 7,75 &&\times 1,2\\
&= 9,3\ m^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{piscine} &= \mathcal{V}_{pave} + \mathcal{V}_{demi-cylindre} + \mathcal{V}_{prisme}\\
&= 60 + 11,9 + 9,3\\
&\simeq 81\ m^3
\end{aligned}$$

2. Combien de litres, environ, faut-il pour remplir cette piscine au trois quart.

$1\ m^3\ =\ 1\ 000\ L$ donc $81\ m^3\ =\ 81\ 000\ L$

1 quart : $81\ 000\ L \div 4\ =\ 20\ 250\ L$

3 quarts : $20\ 250 \times 3\ =\ 60\ 750\ L$

Il faut 60 750 litres pour remplir cette piscine aux trois-quarts.

Exercice 11

Un transporteur souhaite ranger des boites de conserve cylindriques dans des cartons parallélépipédiques.

Le carton mesure 60 cm de long, 48 cm de large et 45 cm de haut et une boite cylindrique a un diamètre de 12 cm et une hauteur de 15 cm.

1. Quelle est la contenance (en litre) d'une boîte cylindrique ?

$\mathcal{V}\ =\ \pi\times r^2\times h\ =\ \pi\times 6^2\times 15\ \simeq\ 1\ 696\ cm^3\ =\ 1,696\ L$

Le volume d'une boîte cylindrique est d'environ 1,696 litres.

2. Combien de boites de conserve peut-on ranger dans chaque carton ?

Le diamètre de la boîte cylindrique est de 12 cm.

Il peut en mettre 5 en largeur ($5 \times 12 = 60$)

Il peut en mettre 4 en largeur ($4 \times 12 = 48$)

La hauteur de la boîte cylindrique est de 15 cm.

Il peut en mettre 3 en hauteur ($3 \times 15 = 45$)

On peut donc ranger $5 \times 4 \times 3\ =\ 60$ boîtes dans chaque carton.

3. Déterminer le volume non utilisé dans chaque carton ; arrondir le résultat au cm^3.

Volume total du carton :

$L \times l \times h\ =\ 60 \times 48 \times 45\ =\ 129\ 600\ cm^3$

Volume d'une boîte cylindrique : environ 1 696 cm^3 (q°1)

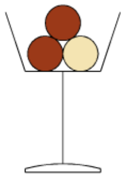
Il y a 60 boîtes cylindriques dans un carton, elle occupe un volume de :
$60 \times 1\ 696\ cm^3\ =\ 101\ 760\ cm^3$

Ainsi le volume non utilisé est de :

$129\ 600\ -\ 101\ 760\ =\ 27\ 840\ cm^3$

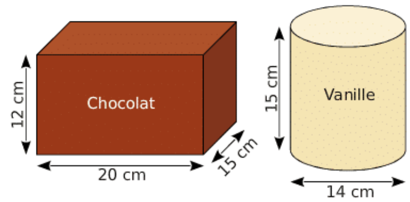
Exercice 12

Un restaurant propose en dessert des coupes de glaces composées de trois boules : deux au chocolat et une à la vanille.



Chaque boule étant parfaitement sphérique et ayant un volume de $38,8\ cm^3$.

Le pot de glace au chocolat ayant une forme de pavé droit est plein, ainsi que celui à la vanille qui a une forme cylindrique.



Le restaurateur prévoit de faire 100 coupes de glaces.

Combien doit-il acheter de pots de chocolat et de vanille ?

Il prévoit de faire 100 coupes donc il aura besoin de 200 boules au chocolat et de 100 boule à la vanille.

On calcule le volume du pot de glace au chocolat.

$V\ =\ L \times l \times h\ =\ 20 \times 15 \times 12\ =\ 3\ 600\ cm^3$.

Une boule a un volume de 38,8 cm^3

$3\ 600 \div 38,8 \simeq 92$ *(arrondi inférieur ici)*

On peut faire 92 boules avec un pot de glace au chocolat, il devra donc en acheter 3.

On calcule le volume du pot de glace à la vanille.

$V\ =\ \pi \times r^2 \times h\ =\ \pi \times 7^2 \times 15\ \simeq\ 2\ 309\ cm^3$.

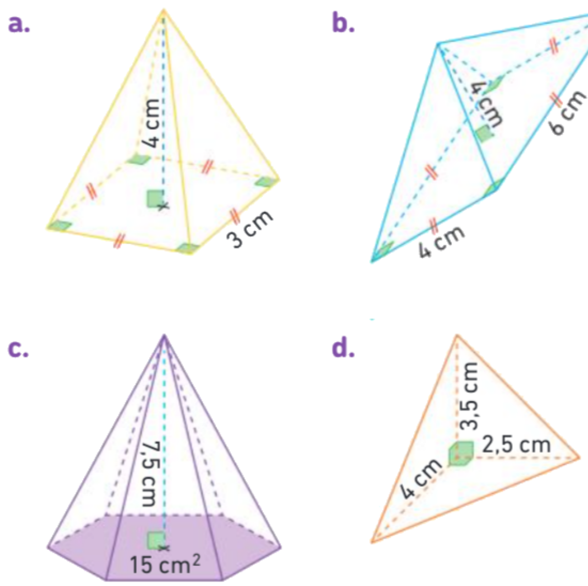
Une boule a un volume de 38,8 cm^3

$2\ 309 \div 38,8 \simeq 59$ *(arrondi inférieur ici)*

On peut faire 59 boules avec un pot de glace à la vanille, il devra donc en acheter 2.

Exercice 13

Déterminer le volume des pyramides suivantes :



a. $$\mathcal{V} = \frac{\mathscr{A}_{base} \times h}{3} = \frac{3 \times 3 \times 4}{3} = 12\ cm^3$$

b. $$\mathcal{V} = \frac{\mathscr{A}_{base} \times h}{3} = \frac{6 \times 4 \times 4}{3} = 32\ cm^3$$

c. On connaît déjà l'aire de la base.

$$\mathcal{V} = \frac{\mathscr{A}_{base} \times h}{3} = \frac{15 \times 7,5}{3} = 37,5\ cm^3$$

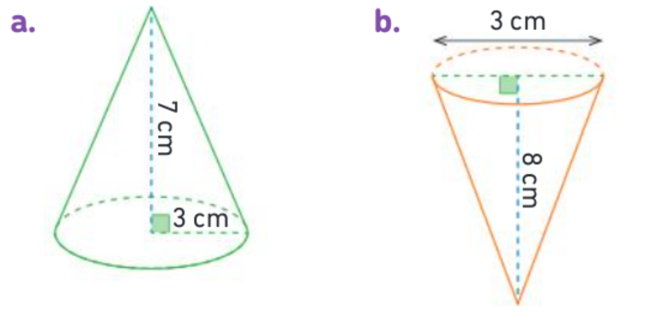
d. La base est un triangle rectangle.

$$\mathscr{A}_{base} = \frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 2,5}{2} = 5\ cm^2$$

$$\mathcal{V} = \frac{\mathscr{A}_{base} \times h}{3} = \frac{5 \times 3,5}{3} \simeq 5,8\ cm^3$$

Exercice 14

Déterminer le volume des cônes suivants :



a. $$\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times 7}{3} \simeq 66\ cm^3$$

b. $$\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 1,5^2 \times 8}{3} \simeq 18,8\ cm^3$$