

Asie - Juin 2024 - Correction

Des amis habitent Strasbourg et préparent leurs vacances. Cette année ils ont décidé de partir découvrir une grande ville française pendant une semaine.

Pour s’y rendre, ils louent une voiture. Une fois arrivés sur place, ils feront ensuite tous leurs trajets à pied ou en transport en commun.

Une agence de location de voitures propose les trois formules suivantes pour une location sur une semaine. Les voitures de l’agence roule au gazole.

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

Tableau indicatif des distances (en km) entre des villes françaises

Bordeaux							
675	Grenoble						
792	771	Lille					
555	280	1005	Marseille				
338	741	584	909	Nantes			
546	585	215	772	379	Paris		
907	506	498	803	864	442	Strasbourg	

Exemple : la distance la plus courte entre Nantes et Grenoble est 741 km.

PARTIE A :

Les amis souhaitent se rendre à Marseille. Ils ont un budget de 1 000 € pour le voyage.

- Quelle distance, en km, vont-ils parcourir pour le trajet aller-retour ?
D’après le tableau indicatif des distances, la distance entre Marseille et Strasbourg est de 803 km.

Pour l’aller et le retour, on aura donc une distance totale de $803 \times 2 = 1606$ km.

- En choisissant la formule B, montrer que la location de voiture coûtera 701,50 €.

$$\underbrace{300}_{\text{forfait}} + \underbrace{1\,606 \times 0,25}_{0,25 \text{ par km}} = 300 + 401,50 = 701,25$$

Avec la formule B la location de la voiture coûtera bien 701,50 €.

- Quelle est la formule la plus avantageuse ?

Formule A	Formule B	Formule C
$0,5 \times 1\,606 = 803$ euros	701,50 euros	900 euros

La formule la plus avantageuse est donc la formule B.

- Voici des informations pour le voyage :

Information 1	Prix moyen du gazole en 2023 : 1,87 euros par litre.
Information 2	La voiture proposée consomme de 5,6 litres pour 100 km.
Information 3	Coût total pour les péages : 115,80 €.

En choisissant la formule la plus avantageuse, leur budget sera-t-il suffisant ?

Location : 701,50 euros

Gazole :

km	100	1 606
L	5,6	x

$$x = \frac{1\,606 \times 5,6}{100} = 89,936 \text{ litres pour le trajet.}$$

1 litre de gazole coûte 1,87 euros.

Donc : $89,936 \times 1,87 \simeq 168,18$ euros de gazole.

Péage : 115,80 euros.

Coût total : $701,50 + 168,18 + 115,80 = 985,48$ euros.

Comme $985,48 \leq 1000$, le budget est suffisant pour ce voyage.

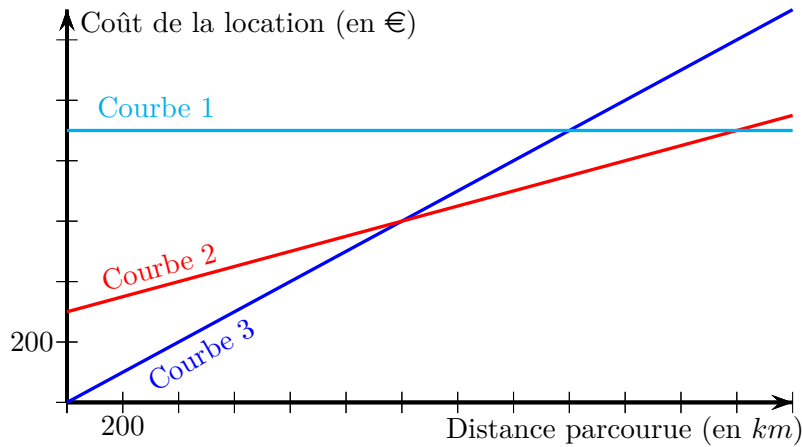
PARTIE B : Étude des formules

5. Soit x le nombre de kilomètres parcourus, exprimer en fonction de x le prix payé pour chaque formule de location.

Formule A	Formule B	Formule C
$a(x) = 0,5x$	$b(x) = 300 + 0,25x$	$c(x) = 900$

6. On a représenté ci-dessous, pour chacune des formules, le coût de la location (en euros) en fonction de la distance parcourue (en kilomètres).

Associer chaque courbe à la formule de location correspondante.



Courbe 1 : $c(x) = 900$

Fonction constante égale à 900

Courbe 2 : $b(x) = 300 + 0,25x$

Fonction affine non linéaire, dont l'ordonnée à l'origine est 300

Courbe 3 : $a(x) = 0,5x$

Fonction linéaire

7. Résoudre l'équation suivante **et** interpréter le résultat.

$$0,25x + 300 = 0,5x.$$

$$\begin{aligned} 0,25x + 300 &= 0,5x \\ -0,25x \quad 0,25x + 300 &= 0,5x \quad -0,25x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 300 &= 0,25x \\ \frac{300}{0,25} &= \frac{0,25x}{0,25} \end{aligned}$$

$$1\,200 = x$$

Interprétation : L'équation est la suivante : $\underbrace{0,25x + 300}_{b(x)} = \underbrace{0,5x}_{a(x)}$

La solution de cette équation est 1 200.

Cela signifie que pour 1 200 km parcourus le prix payé avec la formule B est le même que celui avec la formule A.

8. a. Si la distance parcourue est de 2 500 km, quelle formule doit-on choisir pour payer le moins cher ?

Par lecture graphique : on voit que l'on paiera moins cher avec la formule C (courbe 1).

Autre méthode : par calculs

Formule A	Formule B	Formule C
$0,5 \times 2\,500 = 1\,250 \text{ €}$	$300 + 0,25 \times 2\,500 = 925 \text{ €}$	900 €

b. Donner une distance parcourue pour laquelle la formule A est la plus intéressante.

Par lecture graphique : Pour que la formule A soit la plus intéressante, il faut que la courbe 3 soit la plus basse. Ceci est vrai pour les abscisses entre 0 et 1 200.

c. Déterminer graphiquement quelle formule de location est la moins chère en fonction de la distance parcourue pour une distance inférieure à 2 600 km.

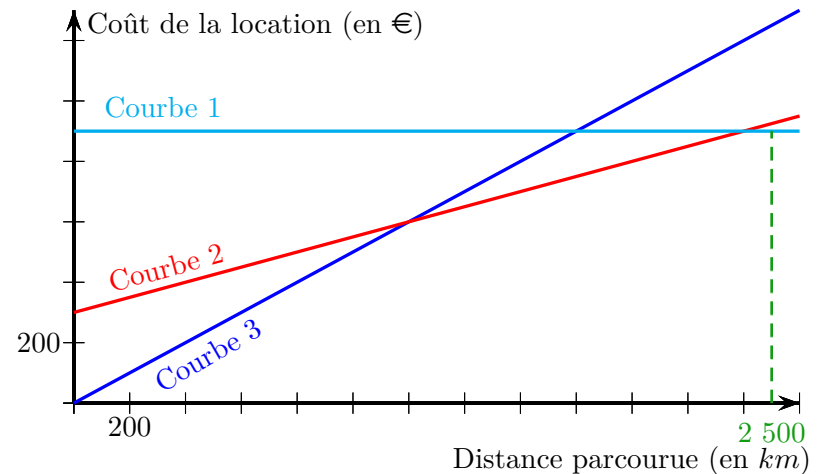
De 0 km à 1 200 km, le moins cher est la formule A ;

De 1 200 km à 2 400 km, le moins cher est la formule B ;

De 2 400 km à 2 600 km parcourus, le moins cher est la formule C.

Exactement 1 200 km parcourus : formules A et B sont au même prix.

Exactement 2400 km parcourus : formules B et C sont au même prix.



Polynésie - Septembre 2025 - Correction

On veut poser du carrelage sur le sol intérieur d'une maison.

Le carreleur A fait payer 80 € par m^2 .

Le carreleur B fait payer 60 € par m^2 auxquels il faut ajouter 970 € pour la mise en place du chantier.

1. Montrer que pour une surface dont l'aire est de 20 m^2 , le prix est de 1 600 € avec le carreleur A et de 2 170 € avec le carreleur B.

Carreleur A : $20 \times 80 = 1\,600$ euros

Carreleur B : $970 + 20 \times 60 = 970 + 1\,200 = 2\,170$ euros

2. Calculer le prix à payer pour une surface dont l'aire est 60 m^2 avec le carreleur A, puis avec le carreleur B.

Carreleur A : $60 \times 80 = 4\,800$ euros

Carreleur B : $970 + 60 \times 60 = 970 + 3\,600 = 4\,570$ euros

3. On désigne par x l'aire de la surface à carreléer exprimée en m^2 .

- On appelle f la fonction qui à l'aire à carreléer en m^2 associe le prix en euros à payer avec le carreleur A. On admet que f est définie par $f(x) = 80x$.

- On appelle g la fonction qui à l'aire à carreléer en m^2 associe le prix en euros à payer avec le carreleur B. On admet que g est définie par $g(x) = 60x + 970$.

a. Quelle est l'image de 70 par la fonction f ?

$$f(70) = 80 \times 70 = 2\,800$$

b. Quel est l'antécédent de 2 400 par la fonction f ?

On résout l'équation suivante : $f(x) = 2\,400$

$$80x = 2\,400 \quad \text{soit} \quad \frac{80x}{80} = \frac{2\,400}{80} \quad \text{soit} \quad x = 30$$

L'antécédent de 2 400 par la fonction f est 30 car $f(30) = 2\,400$

c. Sur le graphique on a tracé la représentation graphique de la fonction g . Tracer sur ce graphique la représentation graphique de f .

f est une fonction linéaire dont la représentation graphique est une droite passant par l'origine.

On utilise un second point pour tracer la droite, par exemple (50, 4 000) car $f(50) = 50 \times 80 = 4\,000$

4. En utilisant le graphique, estimer l'aire maximale en m^2 que l'on peut carreléer avec un budget de 2 800 € si l'on choisit le carreleur B.

On lit environ 30 m^2 .

5. Calculer l'aire en m^2 pour laquelle on paie exactement le même prix avec le carreleur A et le carreleur B.

On cherche le nombre x de m^2 tel que $f(x) = g(x)$

$$80x = 60x + 970$$

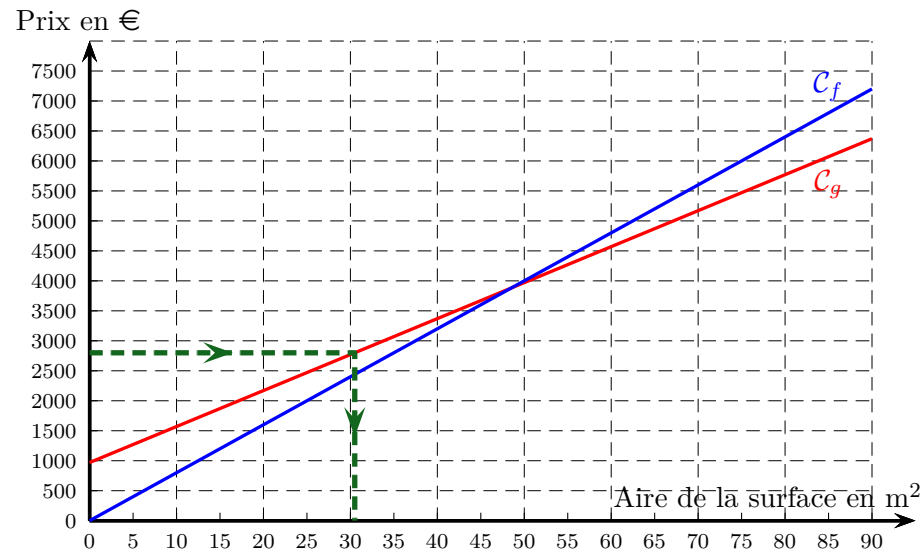
$$-60x \quad 80x = 60x + 970 \quad -60x$$

$$20x = 970$$

$$\frac{20x}{20} = \frac{970}{20}$$

$$x = 48,5$$

Pour 48,5 m^2 le prix payé est le même chez le carreleur A et chez le carreleur B.



Métropole - Septembre 2025 - Correction

M. Durand vient de faire construire une piscine. Le temps quotidien de filtration idéal (en heure) est donné en fonction de la température de l'eau de la piscine (en degré Celsius, noté °C). La méthode ci-dessous permet de calculer ce temps de filtration :

- Prendre la température de l'eau (en degré Celsius)
- Lui ajouter 4
- Multiplier le résultat par 0,5

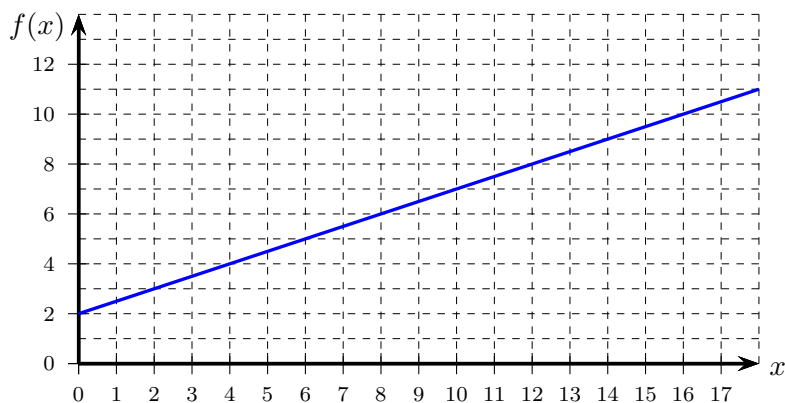
1. Vérifier que pour une température de l'eau de 26 °C, le temps de filtration est de 15 h.

$$26 \longrightarrow 26 + 4 = 30 \longrightarrow 30 \times 0,5 = 15$$

2. On note x la température de l'eau de la piscine (en degré Celsius). Montrer que le temps de filtration, en heure, peut s'écrire $0,5x + 2$.

$$x \longrightarrow x + 4 \longrightarrow (x + 4) \times 0,5 = 0,5x + 2$$

3. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 0,5x + 2$. où x désigne la température de l'eau (en °C) et $f(x)$ le temps de filtration (en h).



a. Le temps de filtration est-il proportionnel à la température de l'eau ?
Il s'agit d'une fonction affine non linéaire (la droite ne passe pas par l'origine) donc le temps de filtration n'est pas proportionnel à la température de l'eau.

Autre méthode : graphiquement on lit $f(6) = 5$ et $f(12) = 8$.

Pour une température doublée le temps de filtration ne double pas donc le temps de filtration n'est pas proportionnel à la température de l'eau.

b. Quelle est l'image de 10 par la fonction ?

Sur le graphique : on lit $f(10) = 7$

$$\text{Par le calcul : } 0,5 \times 10 + 2 = 5 + 2 = 7$$

L'image de 10 par la fonction f est 7.

4. Résoudre l'équation $0,5x + 2 = 17$ et interpréter ce résultat dans le contexte du problème.

$$\begin{aligned} 0,5x + 2 &= 17 \\ -2 \quad 0,5x + 2 &= 17 \quad -2 \\ 0,5x &= 15 \\ \frac{0,5x}{0,5} &= \frac{15}{0,5} \\ x &= 30 \end{aligned}$$

Interprétation : Cela signifie que pour une température de 30 °C, le temps de filtration doit être de 17 h.

5. M. Durand a décidé de filtrer sa piscine 16 h par jour, tous les jours du 1^{er} juillet au 31 août inclus. Calculer la dépense liée au fonctionnement de la filtration au cours de cette période.

Puissance de la pompe : 0,8 kW (kiloWatt)

Prix d'un kWh : 0,23 €

Calcul de la consommation électrique de la pompe (en kWh) :

Puissance de la pompe (en kW) \times nombre d'heures d'utilisation par jour \times nombre de jours

La pompe a fonctionné pendant deux mois de 31 jours donc pendant 62 jours.

La pompe fonctionne 16 heures par jour soit pendant $62 \times 16 = 992$ heures.
D'après la formule donnée la dépense est donc égale à :

$$0,8 \times 992 \times 0,23 \simeq 182,53 \text{ euros}$$