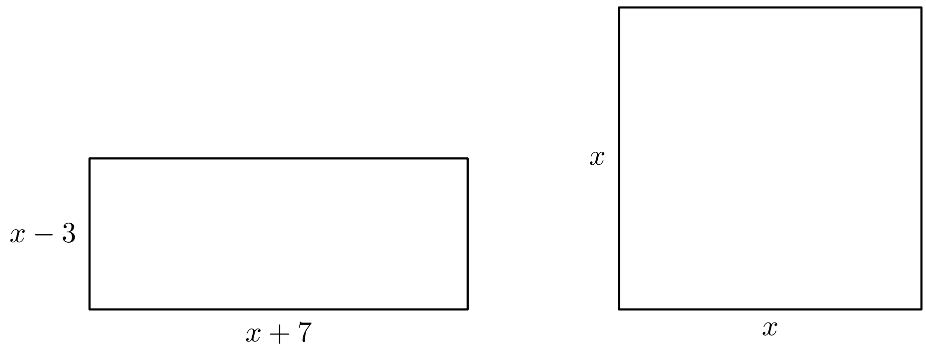
Métropole - Juin 2022 - Correction

Dans cet exercice, x est un nombre strictement supérieur à 3.

On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

— un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x - 3$ et $x + 7$.

— un carré de côté x.



1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous :

Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4+x$	x^2	$2x$

En effet, l'aire d'un carré est donnée par la formule : *coté* $\times$ *coté* et le côté de ce carré est x.

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à $x^2 + 4x - 21$.

$$\begin{aligned}
\mathscr{A} &= L \times l \\
&= (x+7) \times (x-3) \\
&= x^2 - 3x + 7x - 21 \\
&= x^2 + 4x - 21
\end{aligned}$$

3. On a écrit le script ci-dessous dans Scratch. On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3).

Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.

Ligne 5 : On multiplie x par 4, ce qui donne $4x$ et on l'ajoute à x^2

Ligne 5 : On ajoute -21

Ligne 7 : On affiche le résultat qui se trouve dans la variable R.

```
1 Quand la touche [espace ▾] est pressée
2 demander (combien vaut x ?) et attendre
3 mettre [x ▾] à (réponse)
4 mettre [R ▾] à ((x) * (x))
5 ajouter ((4) * (x)) à (R)
6 ajouter (-21) à (R)
7 dire (regrouper (L'aire du rectangle est) et (R)) pendant (2) secondes
```

4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?

Le programme renvoie l'aire du rectangle selon la valeur de x.

<u>Donc si $x = 8$:</u> $x^2 + 4x - 21 \ = \ 8^2 + 4 \times 8 - 21 \ = \ 64 + 32 - 21 \ = \ 96 - 21 \ = \ 75$

5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

$$\begin{array}{lrlcll}
\underline{\text{On veut :}} & & \mathscr{A}_{rectangle} & = & \mathscr{A}_{carre} & \\
\underline{\text{Soit :}} & & x^2 + 4x - 21 & = & x^2 & \\
 & -x^2 & x^2 + 4x - 21 & = & x^2 & -x^2 \\
 & & 4x - 21 & = & 0 & \\
 & +21 & 4x - 21 & = & 0 & +21 \\
 & & 4x & = & 21 & \\
 & & \dfrac{4x}{4} & = & \dfrac{21}{4} & \\
 & & x & = & 5,25 &
\end{array}$$

On choisissant 5,25, l'aire du carré sera la même que celle du rectangle (penser à vérifier).

Métropole (secours) - Juin 2022 - Correction

Un club de sport propose une nouvelle formule annuelle pour ses adhérents :

« Achat d'une carte d'adhésion à 32 € donnant droit à un tarif de 4,50 € par séance ».

1. Déterminer le coût à payer pour dix séances dans l'année avec cette formule.

Pour 10 séances : $32 + 10 \times 4,5 \ = \ 32 + 45 \ = \ 77$ euros.

2. Noé a un budget annuel de 95 € pour se rendre dans cette salle de sport.Combien de séances pourrait-il effectuer ?

On déduit le prix de l'abonnement : $95 - 32 = 63$ Puis 4,5 par séance : $63 \div 4,5$

Il pourra effectuer 14 séances $(32 + 14 \times 4,5 = 95)$

3. On note p la fonction qui, au nombre x de séances pratiquées, associie le prix à payer pour x séances pratiquées dans l'année.

a. Donner l'expression de $p(x)$ $p(x) = 32 + 4,5x$

b. Vérifier que $p(27) = 153,5$. $p(27) \ = \ 32 + 4,5 \times 27 \ = \ 153,5$

c. Interpréter par une phrase l'égalité précédente. 27 séances coûtent 153,5 euros.

4. On s'intéresse au programme qui permet de donner le prix à payer en fonction du nombre de séances pratiquées dans cette salle de sport.

Compléter les lignes 4 et 5 pour que ce script corresponde au programme souhaité.

<u>Ligne 4 :</u> Chaque séance coûte 4,5 euros.

<u>Ligne 5 :</u> Ajout des 32 euros d'abonnement.

```
1 Quand [drapeau] est cliqué
2 demander (Choisir un nombre de séances) et attendre
3 mettre (nombre de séances) à (réponse)
4 mettre (résultat) à ((nombre de séances) * (4,5))
5 mettre (résultat) à ((32) + (resultat))
6 dire (regrouper (le prix à payer est) et (résultat)) pendant (2) secondes
```

Métropole - Juin 2021 - Correction

Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre.
Prendre le carré du nombre de départ.
Ajouter le triple du nombre de départ.
Soustraire 10 au résultat.

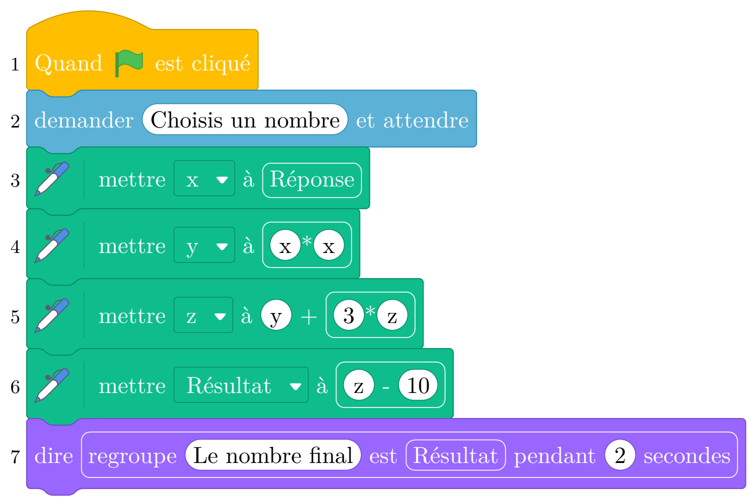
1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

$4 \longrightarrow 4^2 = 16 \longrightarrow 16 + 3 \times 4 = 28 \longrightarrow 28 - 10 \boxed{= 18}$

2. Appliquer ce programme de calcul au nombre -3.

$-3 \longrightarrow (-3)^2 = 9 \longrightarrow 9 + 3 \times (-3) = 0 \longrightarrow 0 - 10 \boxed{= -13}$

3. Voici un script, écrit avec scratch.
Compléter les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.



Ligne 5 :
On ajoute 3 fois le nombre de départ qui est x

Ligne 6 :
On enlève 10 au résultat précédent qui est z

4. On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

a. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.

$x \longrightarrow x^2 \longrightarrow x^2 + 3x \longrightarrow x^2 + 3x - 10$

b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+5)(x-2)$.

$(x+5)(x-2) = x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - 10$ Il s'agit bien de la même expression

c. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

On souhaite avoir $x^2 + 3x - 10 = 0$ soit $(x+5)(x-2) = 0$

Si un produit est nul alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Soit :

$$\begin{array}{rrcll} & x+5 & = & 0 & \\ -5 & x+5 & = & 0 & -5 \\ & x & = & -5 & \end{array}$$

Soit :

$$\begin{array}{rrcll} & x-2 & = & 0 & \\ +2 & x-2 & = & 0 & +2 \\ & x & = & 2 & \end{array}$$

Pour obtenir 0 à l'arrivée il faut choisir -5 ou bien 2.

Polynésie - Juin 2024 - Correction

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

On considère les fonctions f et g définies par : $\quad f(x) = (x+2)^2 - x \quad$ et $\quad g(x) = 7x + 4$.

Partie A

1. Calculer $f(-4)$.

$f(-4) \quad = \quad (-4+2)^2 - (-4) \quad = \quad (-2)^2 + 4 \quad = \quad 4 + 4 \quad = \quad 8$

2. Déterminer un antécédent de 3 par la fonction g.

On résout l'équation $g(x) = 3$

$$\begin{array}{rrcll}
 & 7x+4 & = & 3 & \\
-4 & 7x+4 & = & 3 & -4 \\
 & 7x & = & -1 & \\
 & \dfrac{7x}{7} & = & \dfrac{-1}{7} & \\
 & x & = & \dfrac{-1}{7} &
\end{array}$$

Donc : $g\left(\dfrac{-1}{7}\right) = 3$

Partie B

Trois élèves, Paul, Jane et Morgane, cherchent à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par trois méthodes différentes.

1. Paul utilise un tableur.

Il calcule ainsi les images des entiers compris entre -3 et 3 par les fonctions f et g.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	4	2	2	4	8	14	22
3	$g(x)$	-17	-10	-3	4	11	18	25

a. Quelle formule a-t-il saisie en cellule B3 puis étirée vers la droite pour compléter la ligne 3 du tableau ?

Dans la cellule B3 on saisit la formule suivante : =7*B1+4

b. Avec cette méthode, quelle(s) solution(s) trouve-t-il à l'équation $f(x) = g(x)$?

Avec cette méthode, on trouve 0 comme solution de $f(x) = g(x)$. En effet on a $f(0) = g(0) = 4$

2. Jane utilise le logiciel de programmation *Scratch*.

Le programme qu'elle a créé permet de tester l'égalité $f(x) = g(x)$ pour une valeur de x choisie par l'utilisateur.

Elle décide de tester toutes les valeurs entières entre -5 et 3.

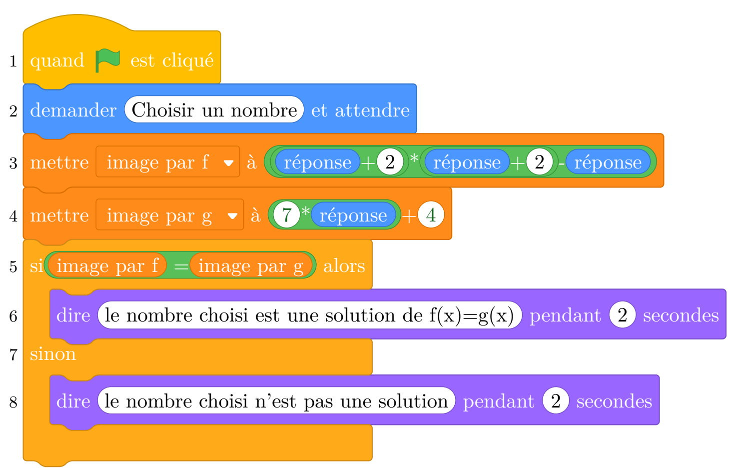
a. Compléter, la ligne 4 du programme de Jane afin d'obtenir l'image par la fonction g du nombre choisi.

b. Quelle réponse donne le programme si le nombre choisi est 0 ?

D'après la question **1. b.** $f(0) = g(0)$ donc le programme donne la réponse suivante : l*e nombre choisi est :une solution de l'équation* $f(x) = g(x)$.

c. En déduire une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

0 est une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.



3. Morgane décide de résoudre cette équation par le calcul.

a. Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ peut se ramener à l'équation $x^2 - 4x = 0$.

$$\begin{array}{lrcll}
 & f(x) & = & g(x) & \\
 & (x+2)^2 - x & = & 7x+4 & \text{On développe le membre de gauche} \\
 & x^2 + 4x + 4 - x & = & 7x+4 & \text{On réduit l'expression de gauche} \\
 & x^2 + 3x + 4 & = & 7x+4 & \\
-4 & x^2 + 3x + 4 & = & 7x+4 & -4 \\
 & x^2 + 3x & = & 7x & \\
-7x & x^2 + 3x & = & 7x & -7x \\
 & x^2 - 4x & = & 0 &
\end{array}$$

b. Factoriser l'expression $x^2 - 4x$. $\quad x^2 - 4x = x(x-4)$

c. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

On souhaite résoudre $f(x) = g(x)$, cela revient à résoudre $x^2 - 4x = 0$ c'est-à-dire $x(x-4) = 0$.

Il s'agit d'une équation produit nul, si un produit est nul l'un au moins de ses facteurs est nul.

Soit : $x = 0$ Soit : $x - 4 = 0$ c'est-à-dire $x = 4$ Ainsi : $f(4) = g(4)$

4. Dire pour chaque élève s'il a résolu l'équation $f(x) = g(x)$.

Expliquer pourquoi.

Résoudre une équation signifie trouver **toutes** les solutions de l'équation.
Jane et Paul n'ont trouvé qu'une solution : 0.
Morgane est la seule à avoir résolu l'équation en trouvant les deux seules solutions 0 et 4.

Martinique - Juillet 2024

On considère le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un nombre
- Mettre ce nombre au carré
- Soustraire le triple du nombre de départ
- Soustraire 4

1. Montrer que si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme est 6.

$5 \longrightarrow 5^2 = 25 \longrightarrow 25 - 3 \times 5 = 25 - 15 = 10 \longrightarrow 10 - 4 = 6$

2. On choisit x comme nombre de départ.

Exprimer le résultat du programme en fonction de x.

$x \longrightarrow x^2 \longrightarrow x^2 - 3x \longrightarrow x^2 - 3x - 4$

3. Vérifier que l'on peut écrire ce résultat sous la forme $(x+1)(x-4)$.

$(x+1)(x-4) = x^2 - 4x + x - 4 = x^2 - 3x - 4$

4. Déterminer les nombres à choisir au départ pour que le résultat du programme soit 0.

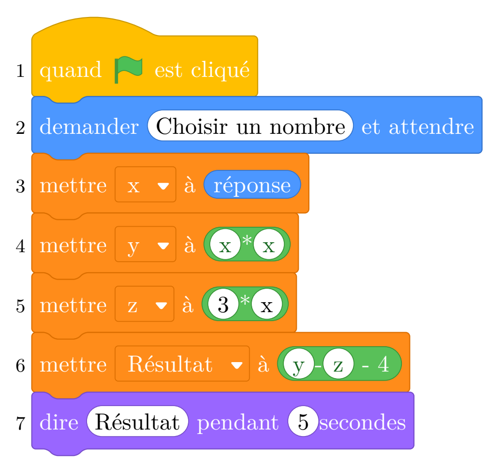
On cherche x tel que $x^2 - 3x - 4 = 0$.

C'est-à-dire : $(x+1)(x-4) = 0$ il s'agit d'une équation produit nul.

Si un produit est nul l'un au moins de ses facteurs est nul.

Soit : $x + 1 = 0$ donc $x = -1$ Soit : $x - 4 = 0$ donc $x = 4$

Pour que le résultat de ce programme soit 0, il faut choisit -1 ou 4



5. Juliette a écrit le programme *Scratch* ci-contre.

Recopier et compléter sur la copie les lignes 4 et 6 du programme afin que celui-ci corresponde au programme de calcul encadré.

Métropole - Juin 2025

Au club « Mathsetmagie », on s'amuse à créer des programmes de calcul plus ou moins magiques.

Partie A : Programme de Zoé

Programme de Zoé
• Choisir un nombre • Soustraire 4 • Multiplier par 2 • Ajouter 8.

1. Vérifier que si on choisit 10 comme nombre de départ on obtient 20.

$10 \longrightarrow 10-4=6 \longrightarrow 6\times 2=12 \longrightarrow 12+8=20$

2. Quel résultat obtient-t-on avec ce programme si on choisit -7 ?

$-7 \longrightarrow -7-4=-11 \longrightarrow -11\times 2=-22 \longrightarrow -22+8=-14$

3. Zoé prétend que son programme est « magique » car, quel que soit le nombre choisi, le résultat est toujours le double du nombre de départ. A-t-elle raison ?

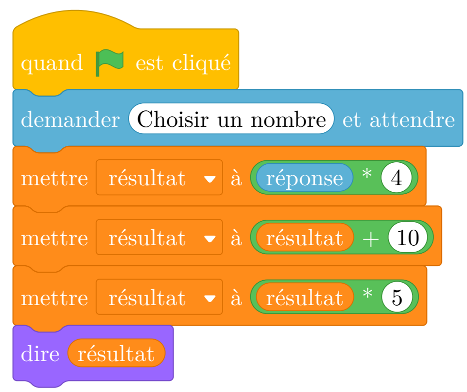
On note x le nombre choisi au départ.

$x \longrightarrow x-4 \longrightarrow (x-4)\times 2=2x-8 \longrightarrow 2x-8+8 = 2x$

Zoé a raison.

Partie B : Programme de Fred

Fred décide de faire son programme de calcul sur Scratch :



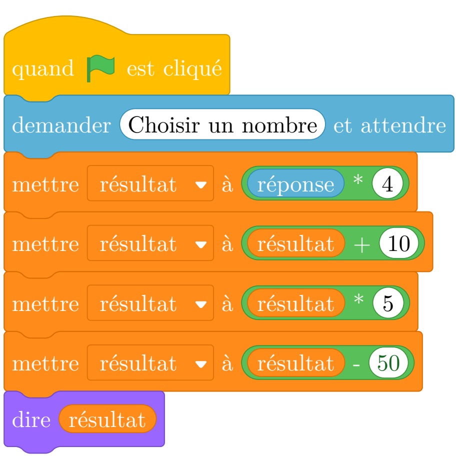
4. Démontrer que si le nombre de départ est x, le résultat obtenu avec le programme de Fred est $20x+50$.

$x \longrightarrow 4x \longrightarrow 4x+10 \longrightarrow (4x+10)\times 5 = 20x+50$

5. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 75 avec le programme de Fred ?

On résout l'équation $20x+50=75$

$$\begin{array}{rrcll}
 & 20x+50 & = & 75 & \\
-50 & 20x+50 & = & 75 & -50 \\
 & 20x & = & 25 & \\
 & \dfrac{20x}{20} & = & \dfrac{25}{20} & \\
 & x & = & 1,25 &
\end{array}$$



6. Constatant que son programme n'a rien de magique, Fred souhaite le modifier afin que le résultat soit toujours 20 fois plus grand que le nombre de départ.

Recopier et compléter sur la copie la sixième ligne du programme pour que ce soit le cas.

Avec le programme de Fred, lorsque l'on choisit x comme nombre de départ on obtient $20x+50$.

Si on souhaite obtenir exactement 20 fois le nombre de départ il faut obtenir $20x$ donc il faut ajouter l'étape : **soustraire 50**.